C6 : Analyse temporelle des systèmes asservis
C6-2 : Analyse temporelle des SLCI (2nd ordre)

Émilien DURIF

Lycée La Martinière Monplaisir Lyon
Classe de MPSI
18 Mars 2025

Plan

Plan

Système du second ordre

Système du second ordre

On appelle système du **deuxième ordre** *fondamental* tout système linéaire, continu et invariant régi par une équation différentielle de la forme :

$$\boxed{\frac{1}{{\omega_0}^2}\frac{d^2s(t)}{dt^2}+\frac{2\xi}{\omega_0}\frac{ds(t)}{dt}+s(t)=K\ e(t).} \qquad (1)$$

Propriété

La fonction de transfert de ces systèmes peut s'écrire sous la **forme canonique suivante** :

$$\boxed{H(p)=\frac{K}{\frac{1}{{\omega_0}^2}p^2+\frac{2\xi}{\omega_0}p+1}.} \qquad (2)$$

où :

- K est le **gain statique**,
- ξ est le **coefficient d'amortissement**,
- ω_0 est la **pulsation propre** (en $rad\ s^{-1}$).

Système du second ordre

Remarque

On parle de système du second ordre *fondamental* par opposition a un système *généralisé*, pour lequel le membre de droite de l'équation :

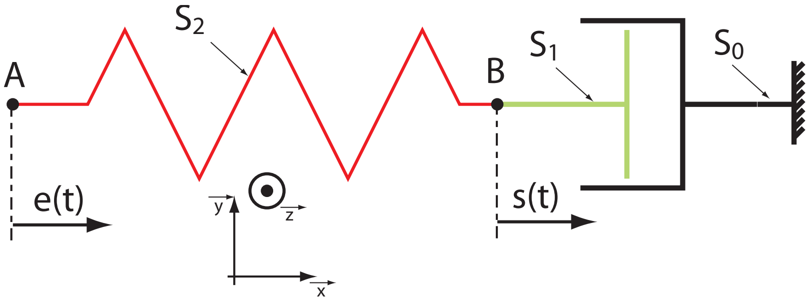
$$\frac{1}{{\omega_0}^2}\frac{d^2s(t)}{dt^2}+\frac{2\xi}{\omega_0}\frac{ds(t)}{dt}+s(t)=K\left(e(t)+\tau\frac{de(t)}{dt}\right)$$

est une équation différentielle du 1^{er} ordre. Dans ce cas, la fonction de transfert *généralisée* sera de la forme :

$$\boxed{H(p)=\frac{K\left(1+\tau p\right)}{1+\frac{2\xi}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0^2}}.} \qquad (3)$$

Système du second ordre : exemple

Exemple : ressort de raideur k et amortisseur de coefficient c

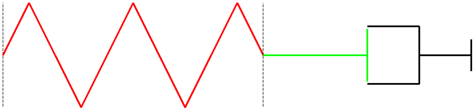


On déplace l'extrémité A d'une longueur $e(t)$. Le point B répond à ce déplacement en se déplaçant d'une longueur $s(t)$.

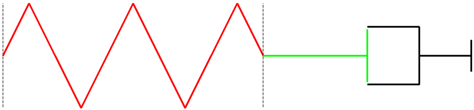
Système du second ordre : exemple

Exemple : ressort de raideur k et amortisseur de coefficient c
Question : Comment le système va répondre ?

Système oscillant

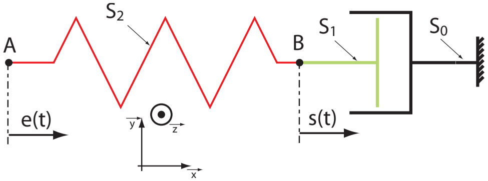


Système amorti



Système du second ordre : exemple

Exemple : ressort de raideur k et amortisseur de coefficient c



Sans négliger la masse m de la tige, le principe fondamental de la dynamique appliqué à la tige donne :

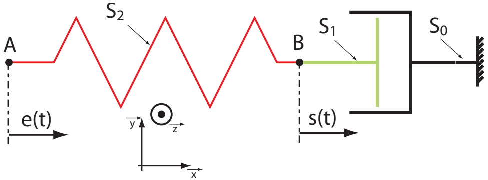
-
$$k(e(t) - s(t)) - c \cdot \frac{ds(t)}{dt} = m\frac{d^2s(t)}{dt^2}$$

- Équation différentielle de degré 2, ce qui montre que le **système est du deuxième ordre**.
- Avec les conditions initiales nulles ($s(t=0)=0$ et $s'(t=0)=0$) :

$$m \cdot p^2 \cdot S(p) + c \cdot p \cdot S(p) + k \cdot S(p) = k \cdot E(p).$$

Système du second ordre : exemple

Exemple : ressort de raideur k et amortisseur de coefficient c



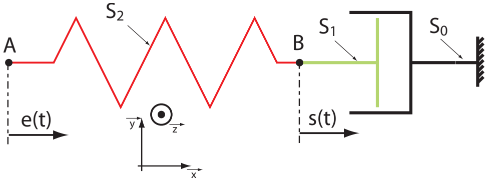
Sans négliger la masse m de la tige, le principe fondamental de la dynamique appliqué à la tige donne :

- $$k(e(t) - s(t)) - c \cdot \frac{ds(t)}{dt} = m\frac{d^2s(t)}{dt^2}$$
- Équation différentielle de degré 2, ce qui montre que le **système est du deuxième ordre**.
- Avec les conditions initiales nulles ($s(t=0) = 0$ et $s'(t=0) = 0$) :

$$m \cdot p^2 \cdot S(p) + c \cdot p \cdot S(p) + k \cdot S(p) = k \cdot E(p).$$

Système du second ordre : exemple

Exemple : ressort de raideur k et amortisseur de coefficient c



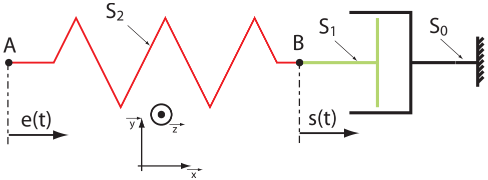
Sans négliger la masse m de la tige, le principe fondamental de la dynamique appliqué à la tige donne :

- $$k(e(t) - s(t)) - c \cdot \frac{ds(t)}{dt} = m\frac{d^2s(t)}{dt^2}$$
- Équation différentielle de degré 2, ce qui montre que le **système est du deuxième ordre**.
- Avec les conditions initiales nulles ($s(t=0)=0$ et $s'(t=0)=0$) :

$$m \cdot p^2 \cdot S(p) + c \cdot p \cdot S(p) + k \cdot S(p) = k \cdot E(p).$$

Système du second ordre : exemple

Exemple : ressort de raideur k **et amortisseur de coefficient** c

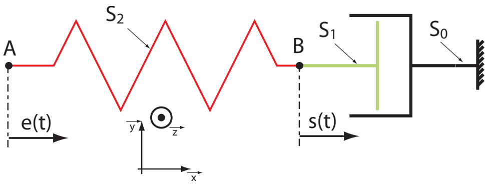


Sans négliger la masse m de la tige, le principe fondamental de la dynamique appliqué à la tige donne :

- $$k(e(t)-s(t))-c\cdot\frac{ds(t)}{dt}=m\frac{d^2s(t)}{dt^2}$$
- Équation différentielle de degré 2, ce qui montre que le **système est du deuxième ordre**.
- Avec les conditions initiales nulles ($s(t=0)=0$ et $s'(t=0)=0$) :

$$m\cdot p^2\cdot S(p)+c\cdot p\cdot S(p)+k\cdot S(p)=k\cdot E(p).$$

Système du second ordre : exemple



On obtient alors l'expression de la transmittance :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K}{\frac{1}{{\omega_0}^2}p^2 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}.$$

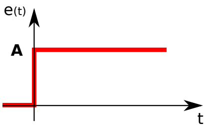
Avec,

- $K = 1$,
- $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$,
- $\xi = \frac{c\omega_0}{2k}$.

Plan

Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

Transformée de Laplace d'un échelon :
$E(p) = \frac{e_0}{p}$



$$S(p) = H(p)\ E(p) = \frac{K\ e_0}{p\left(\frac{1}{{\omega_0}^2}p^2 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1\right)}$$
$$= \frac{K\ e_0\ \omega_0^2}{p\left(p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2\right)}$$

Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- **Comportement asymptotique :**

Au voisinage de $+\infty$:

$$\lim_{t \to +\infty} s(t) = \ldots$$

Au voisinage de 0 :

$$\lim_{t \to 0} s(t) = \ldots$$

Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- **Comportement asymptotique :**

$$\begin{aligned}\lim_{t\to+\infty} s(t) &= \lim_{p\to 0} p\, S(p)\\ &= \lim_{p\to 0} \frac{K\ e_0\ \omega_0^2\ p}{p\left(p^2+2\xi\omega_0 p+\omega_0^2\right)}\\ &= K\ e_0\end{aligned}$$

$$\lim_{t\to+\infty} \frac{ds(t)}{dt} = 0$$

$$\begin{aligned}\lim_{t\to 0} s(t) &= \lim_{p\to+\infty} p\, S(p)\\ &= \lim_{p\to+\infty} \frac{K\ e_0\ \omega_0^2\ p}{p\left(p^2+2\xi\omega_0 p+\omega_0^2\right)}\\ &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lim_{t\to 0} \frac{ds(t)}{dt} &= \lim_{p\to+\infty} p\left[\frac{K\ e_0\ \omega_0^2\ p}{p\left(p^2+2\xi\omega_0 p+\omega_0^2\right)}\right]\\ &= 0\end{aligned}$$

Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- **Comportement asymptotique :**

Propriétés

La réponse d'une système du deuxième ordre sollicité par un échelon possède :

- une **asymptote horizontale** d'équation $s(t) = k\ e_0$ au voisinage de $+\infty$,
- une **tangente horizontale** au voisinage de 0.

Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

Pour calculer s(t), il faut décomposer S(p) en éléments simples. Cette opération débute par le calcul **des pôles** de la fonction de transfert.

pôles de la fonction de transfert

On appelle **pôles de la fonction de transfert** les “zéros” du dénominateur (c'est à dire les racines).

$$S(p) = \frac{K\ e_0\ \omega_0^2}{p\left(p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2\right)}.$$

Ici $p = 0$ est déjà une racine évidente, reste à trouver p_1 et p_2 les racines de $p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2$:

$$S(p) = \frac{K\ e_0\ \omega_0^2}{p\,(p - p_1)\,(p - p_2)}$$

Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

Recherche des racines de $p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2$:
Discriminant : $\Delta = (2\xi\omega_0)^2 - 4\omega_0^2 = 4\omega_0^2\left(\xi^2 - 1\right)$ 3 cas possibles :

1. cas où $\xi > 1 \rightarrow \Delta > 0$: 2 pôles réels ;
2. cas où $\xi = 1 \rightarrow \Delta = 0$: 1 pôle réel double ;
3. cas où $\xi < 1 \rightarrow \Delta < 0$: 2 pôles complexes.

Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

Recherche des racines de $p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2$:

1. cas où $\xi > 1 \rightarrow \Delta > 0$: 2 pôles réels ;

- $$\left\{ \begin{array}{ll} p_1 & = \omega_0 \left(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1} \right) \\ p_2 & = \omega_0 \left(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1} \right) \end{array} \right.$$
- avec $p_1 \, p_2 = \omega_0^2$.

$$S(p) = \frac{K \, e_0 \, \omega_0^2}{p \left(p - p_1 \right) \left(p - p_2 \right)} = K e_0 \omega_0^2 \left(\frac{A}{p} + \frac{B}{\left(p - p_1 \right)} + \frac{C}{\left(p - p_2 \right)} \right)$$

- Il reste à identifier A, B et C :
  - En multipliant par p et faisant $p = 0$, on obtient :
    $$A = 1/\omega_0^2$$
    .
  - En multipliant par $p - p_1$ et faisant $p = p_1$, on obtient :
    $$B = \frac{1}{p_1(p_1 - p_2)}$$
    .
  - En multipliant par $p - p_2$ et faisant $p = p_2$, on obtient :
    $$C = \frac{1}{p_2(p_2 - p_1)}$$

Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

Recherche des racines de $p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2$:

1. cas où $\xi > 1 \rightarrow \Delta > 0$: 2 pôles réels ;

- $$\begin{cases} p_1 & = \omega_0 \left(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}\right) \\ p_2 & = \omega_0 \left(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}\right) \end{cases}$$

- avec $p_1 \; p_2 = \omega_0^2$.

$$S(p) = \frac{K \; e_0 \; \omega_0^2}{p\left(p - p_1\right)\left(p - p_2\right)} = Ke_0\omega_0^2 \left(\frac{A}{p} + \frac{B}{\left(p - p_1\right)} + \frac{C}{\left(p - p_2\right)}\right)$$

- Il reste à identifier A, B et C :
  - En multipliant par p et faisant $p = 0$, on obtient :
    $$A = 1/\omega_0^2$$
    .
  - En multipliant par $p - p_1$ et faisant $p = p_1$, on obtient :
    $$B = \frac{1}{p_1(p_1 - p_2)}$$
    .
  - En multipliant par $p - p_2$ et faisant $p = p_2$, on obtient :
    $$C = \frac{1}{p_2(p_2 - p_1)}$$

Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

Recherche des racines de $p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2$:

1. cas où $\xi > 1 \rightarrow \Delta > 0$: 2 pôles réels ;
   -
   $$\begin{cases} p_1 & = \omega_0 \left(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}\right) \\ p_2 & = \omega_0 \left(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}\right) \end{cases}$$
   - avec $p_1 \ p_2 = \omega_0^2$.

$$S(p) = \frac{K \ e_0 \ \omega_0^2}{p\,(p - p_1)\,(p - p_2)} = Ke_0\omega_0^2 \left(\frac{A}{p} + \frac{B}{(p - p_1)} + \frac{C}{(p - p_2)}\right)$$

- Il reste à identifier A, B et C :
  - En multipliant par p et faisant $p = 0$, on obtient :
    $$A = 1/\omega_0^2$$
    .
  - En multipliant par $p - p_1$ et faisant $p = p_1$, on obtient :
    $$B = \frac{1}{p_1(p_1 - p_2)}$$
    .
  - En multipliant par $p - p_2$ et faisant $p = p_2$, on obtient :
    $$C = \frac{1}{p_2(p_2 - p_1)}$$

Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

Recherche des racines de $p^2+2\xi\omega_0 p+\omega_0^2$ **:**

1. cas où $\xi > 1 \rightarrow \Delta > 0$: 2 pôles réels ;

- $$\begin{cases} p_1 & = \omega_0\left(-\xi+\sqrt{\xi^2-1}\right) \\ p_2 & = \omega_0\left(-\xi-\sqrt{\xi^2-1}\right) \end{cases}$$
- avec $p_1\ p_2 = \omega_0^2$.

$$S(p) = \frac{K\ e_0\ \omega_0^2}{p\left(p-p_1\right)\left(p-p_2\right)} = Ke_0\omega_0^2\left(\frac{A}{p}+\frac{B}{(p-p_1)}+\frac{C}{(p-p_2)}\right)$$

- Il reste à identifier A, B et C :
  - En multipliant par p et faisant $p=0$, on obtient :
    $$A = 1/\omega_0^2$$
    .
  - En multipliant par $p-p_1$ et faisant $p=p_1$, on obtient :
    $$B = \frac{1}{p_1(p_1-p_2)}$$
    .
  - En multipliant par $p-p_2$ et faisant $p=p_2$, on obtient :
    $$C = \frac{1}{p_2(p_2-p_1)}$$

Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

1. cas où $\xi > 1 \rightarrow \Delta > 0$: 2 pôles réels ;

$$S(p) = Ke_0\omega_0^2 \left(\frac{1}{\omega_0^2 p} + \frac{1}{p_1 \left(p_1 - p_2\right) \left(p - p_1\right)} + \frac{1}{p_2 \left(p_2 - p_1\right) \left(p - p_2\right)} \right)$$

On rappelle que $\frac{1}{p+a}$ est la transformée de Laplace de $e^{-at}u(t)$. Après résolution, on trouve :

$$\boxed{s(t) = K\ e_0 \left[1 - \frac{1}{p_2 - p_1} \left(p_2\ e^{p_1\ t} - p_1\ e^{p_2\ t} \right) \right]\ u(t).}$$

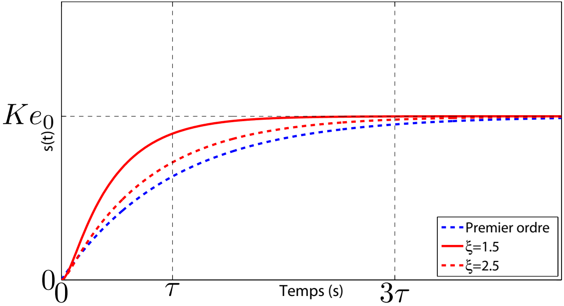
Définition

Il s'agit d'un **régime apériodique**.

Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

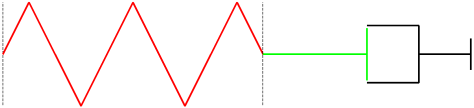
1. cas où $\xi > 1 \rightarrow \Delta > 0$: 2 pôles réels : **régime apériodique**

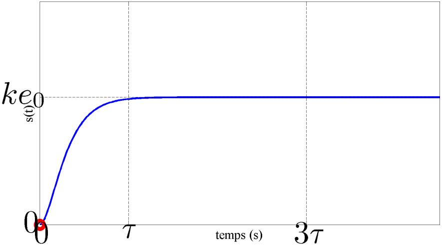
$$\boxed{s(t) = K\ e_0 \left[1 - \frac{1}{p_2 - p_1}\left(p_2\ e^{p_1\ t} - p_1\ e^{p_2\ t}\right)\right]\ u(t).} \qquad (4)$$



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

1. cas où $\xi > 1 \rightarrow \Delta > 0$: 2 pôles réels : **régime apériodique**





Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

2. cas où $\xi = 1 \rightarrow \Delta = 0$: 1 pôle réel double

- Racines doubles :

$$r_1 = r_2 = r = -\omega_0$$

- La décomposition en éléments simple est alors :

$$\begin{aligned} S(p) &= \frac{K\ e_0\ \omega_0^2}{p\,(p-r)^2} \\ &= \frac{A}{p} + \frac{B}{(p-r)} + \frac{C}{(p-r)^2} \end{aligned}$$

- On trouve au final :

$$s(t) = K\ e_0 \left[1 - (1 + \omega_0\ t)e^{-\omega_0\ t}\right]\ u(t)$$

Definition

On parle alors de **régime apériodique critique**.

Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

2. cas où $\xi = 1 \rightarrow \Delta = 0$: 1 pôle réel double

- Racines doubles :

$$r_1 = r_2 = r = -\omega_0$$

- La décomposition en éléments simple est alors :

$$S(p) = \frac{K\ e_0\ \omega_0^2}{p\,(p-r)^2} = \frac{A}{p} + \frac{B}{(p-r)} + \frac{C}{(p-r)^2}$$

- On trouve au final :

$$s(t) = K\ e_0\left[1 - (1 + \omega_0\ t)e^{-\omega_0\ t}\right]\ u(t)$$

Definition

On parle alors de **régime apériodique critique**.

Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

2. cas où $\xi = 1 \rightarrow \Delta = 0$: 1 pôle réel double

- Racines doubles :

$$r_1 = r_2 = r = -\omega_0$$

- La décomposition en éléments simple est alors :

$$\begin{aligned} S(p) &= \frac{K\ e_0\ \omega_0^2}{p\,(p-r)^2} \\ &= \frac{A}{p} + \frac{B}{(p-r)} + \frac{C}{(p-r)^2} \end{aligned}$$

- On trouve au final :

$$s(t) = K\ e_0 \left[1 - (1 + \omega_0\ t)e^{-\omega_0\ t}\right]\ u(t)$$

Definition

On parle alors de **régime apériodique critique**.

Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

2. cas où $\xi = 1 \rightarrow \Delta = 0$: 1 pôle réel double

- Racines doubles :

$$r_1 = r_2 = r = -\omega_0$$

- La décomposition en éléments simple est alors :

$$S(p) = \frac{K\ e_0\ \omega_0^2}{p\,(p-r)^2} = \frac{A}{p} + \frac{B}{(p-r)} + \frac{C}{(p-r)^2}$$

- On trouve au final :

$$s(t) = K\ e_0\left[1-(1+\omega_0\ t)e^{-\omega_0\ t}\right]\ u(t)$$

Definition

On parle alors de **régime apériodique critique**.

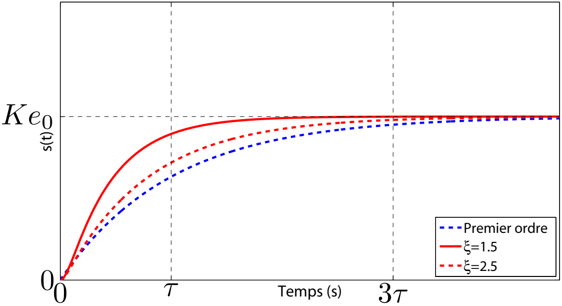
-

Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

2. cas où $\xi = 1 \rightarrow \Delta = 0$: 1 pôle réel double : **Régime critique**

On trouve au final :

$$\boxed{s(t) = K\ e_0\left[1-(1+\omega_0\ t)e^{-\omega_0\ t}\right]\ u(t).} \tag{5}$$

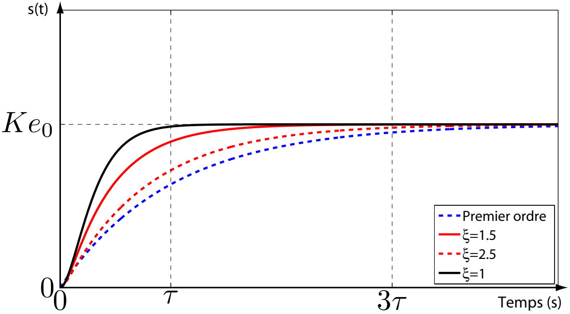


Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

2. cas où $\xi = 1 \rightarrow \Delta = 0$: 1 pôle réel double : **Régime critique**

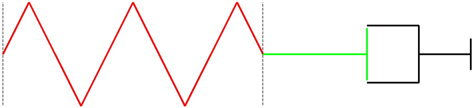
On trouve au final :

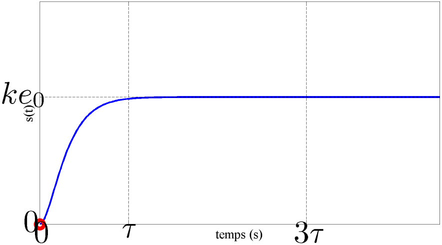
$$\boxed{s(t) = K\ e_0 \left[1 - (1 + \omega_0\ t)e^{-\omega_0\ t}\right]\ u(t).} \tag{5}$$



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

2. cas où $\xi = 1 \rightarrow \Delta = 0$: 1 pôle réel double : **Régime critique**





Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

3. cas où $\xi =< 1 \rightarrow \Delta < 0$: 2 pôles complexes :

La décomposition en éléments simple est alors :

$$S(p) = \frac{K\ e_0\ \omega_0}{p\left(p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2\right)} = \frac{A}{p} + \frac{Bp + C}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2}$$

La résolution et le retour dans le domaine temporel donne alors :

Réponse temporelle

$$\boxed{s(t) = K\ e_0 \left[1 - e^{-\xi\omega_0 t}\left(\cos\left(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}\ t\right) + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\left(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}\ t\right)\right)\right]\ u(t).} \quad (6)$$

Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

3. cas où $\xi =< 1 \rightarrow \Delta < 0$: 2 pôles complexes :

La décomposition en éléments simple est alors :

$$S(p) = \frac{K\ e_0\ \omega_0}{p\left(p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2\right)} = \frac{A}{p} + \frac{Bp + C}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2}$$

La résolution et le retour dans le domaine temporel donne alors :

Réponse temporelle

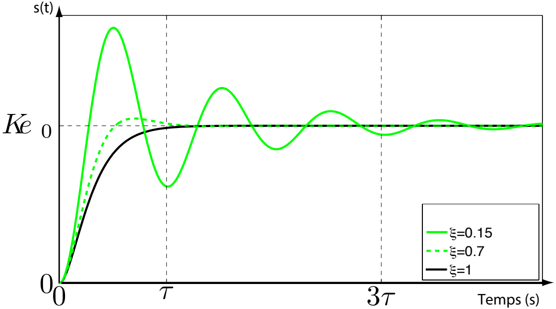
En posant $\xi = \cos(\phi)$ et $\sqrt{1-\xi^2} = \sin(\phi)$, le résultat peut se simplifier sous la forme :

$$\boxed{s(t) = K\ e_0 \left[1 - \frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}\ t + \phi\right)\right]\ u(t).} \tag{7}$$

Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

3. cas où $\xi =< 1 \rightarrow \Delta < 0$: 2 pôles complexes : **Régime oscillatoire amorti** ou **pseudo-périodique**

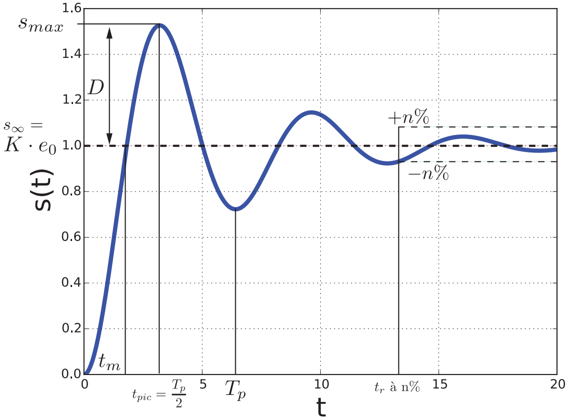
$$s(t) = K\ e_0 \left[1 - \frac{e^{-\xi \omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}\ t + \phi \right) \right]\ u(t).$$



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

3. cas où $\xi =< 1 \rightarrow \Delta < 0$: 2 pôles complexes : **Régime oscillatoire amorti** ou **pseudo-périodique**

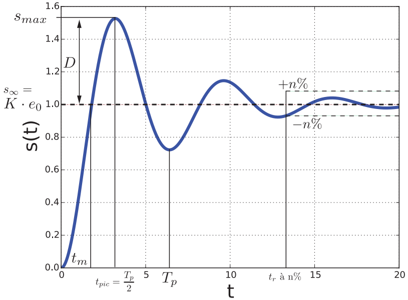
$$s(t) = K\, e_0 \left[1 - \frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}\; t + \phi\right)\right]\; u(t).$$



Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

3. cas où $\xi =< 1 \rightarrow \Delta < 0$: 2 pôles complexes : **Régime oscillatoire amorti** ou **pseudo-périodique**

$$s(t) = K\, e_0 \left[1 - \frac{e^{-\xi \omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}\; t + \phi \right) \right] \; u(t).$$

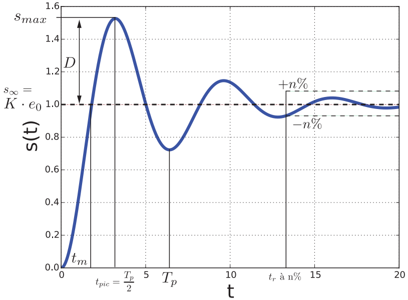


Pseudo-pulsation	$\omega_p = \omega_0 \sqrt{1-\xi^2}$
Pseudo-période	$T_p = \frac{2\pi}{\omega_p} = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}}$
Temps de pic	$t_{pic} = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}}$

Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

3. cas où $\xi =< 1 \rightarrow \Delta < 0$: 2 pôles complexes : **Régime oscillatoire amorti** ou **pseudo-périodique**

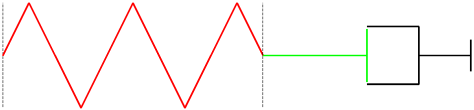
$$s(t) = K\ e_0 \left[1 - \frac{e^{-\xi \omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}\ t + \phi\right)\right]\ u(t).$$

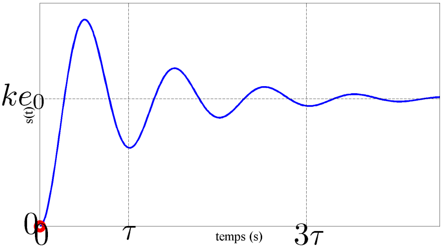


Dépassement relatif	$Dr = \frac{s_{max} - s_\infty}{s_\infty} = exp\left(\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)$
Temps de montée	$t_m = \frac{1}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}}(\pi - Arccos(\xi))$
Temps de réponse à 5% pour $\xi = 0,7$	$t_{r5\%} \cong \frac{3}{\omega_0 \xi}$

Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

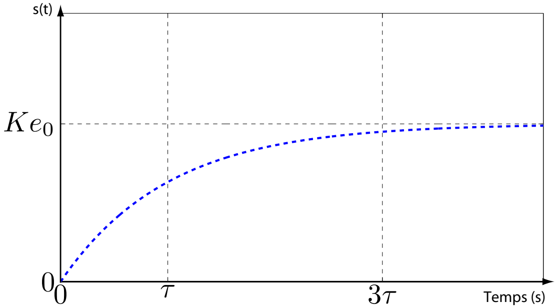
3. cas où $\xi =< 1 \rightarrow \Delta < 0$: 2 pôles complexes : **Régime oscillatoire amorti** ou **pseudo-périodique**





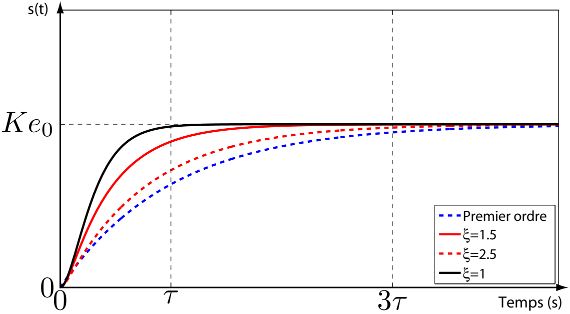
Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- Le paramètre ξ **contribue à l'amortissement** du système mais également la diminution de la rapidité.
- Le paramètre ω_0 **augmente la rapidité** du système mais contribue à augmenter l'instabilité car il diminue la période d'oscillation du régime pseudo-harmonique.
- Lorsque ξ augmente, le comportement du système se rapproche de celui d'un premier ordre.



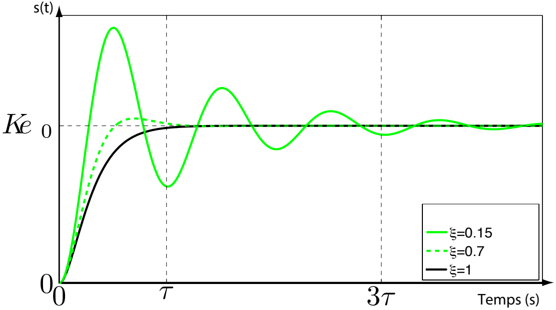
Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- Le paramètre ξ **contribue à l'amortissement** du système mais également la diminution de la rapidité.
- Le paramètre ω_0 **augmente la rapidité** du système mais contribue à augmenter l'instabilité car il diminue la période d'oscillation du régime pseudo-harmonique.
- Lorsque ξ augmente, le comportement du système se rapproche de celui d'un premier ordre.



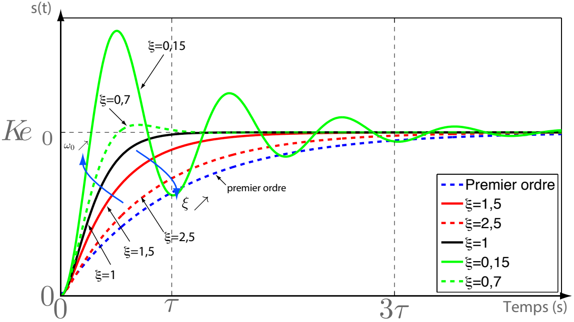
Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

- Le paramètre ξ **contribue à l'amortissement** du système mais également la diminution de la rapidité.
- Le paramètre ω_0 **augmente la rapidité** du système mais contribue à augmenter l'instabilité car il diminue la période d'oscillation du régime pseudo-harmonique.
- Lorsque ξ augmente, le comportement du système se rapproche de celui d'un premier ordre.



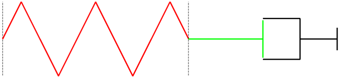
Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

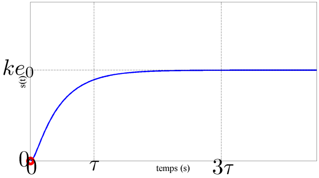
- Le paramètre ξ **contribue à l'amortissement** du système mais également la diminution de la rapidité.
- Le paramètre ω_0 **augmente la rapidité** du système mais contribue à augmenter l'instabilité car il diminue la période d'oscillation du régime pseudo-harmonique.
- Lorsque ξ augmente, le comportement du système se rapproche de celui d'un premier ordre.



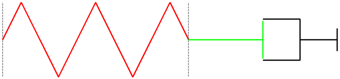
Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

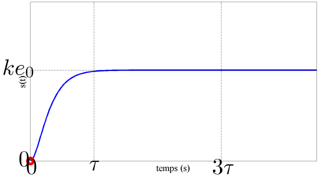
1. Régime apériodique





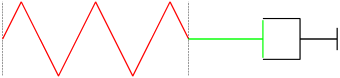
2. Régime critique

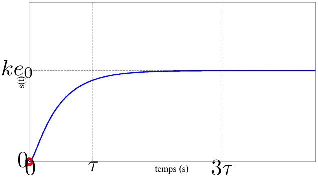




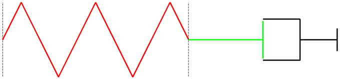
Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon

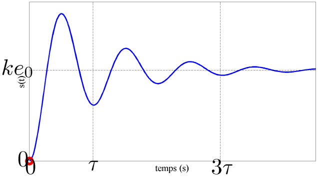
1. Régime apériodique



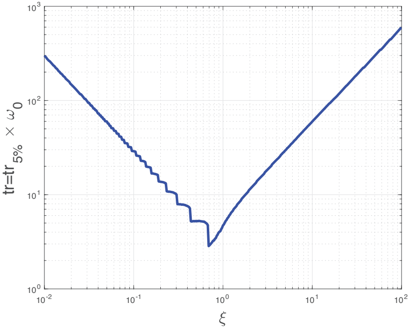


3. Régime pseudo-periodique





Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon



Rapidité

Le temps de réponse pour un système du second ordre dépend du coefficient d'amortissement ξ. Pour une valeur de ξ donnée, il existe une relation entre ω_0 et t_r . On retiendra en particulier :

- le temps de réponse minimum obtenu pour $\xi = 0,7$ avec $t_r\,\omega_0 \approx 3$,
- le temps de réponse en régime apériodique critique $(\xi = 1)$: $t_r\,\omega_0 \approx 5$

Système du second ordre : caractérisation de la réponse à un échelon