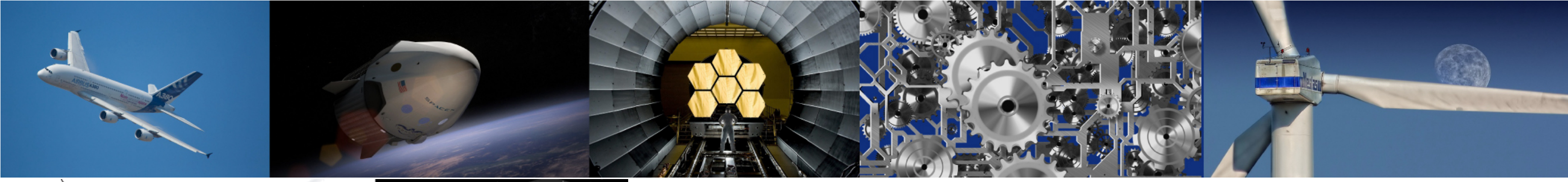
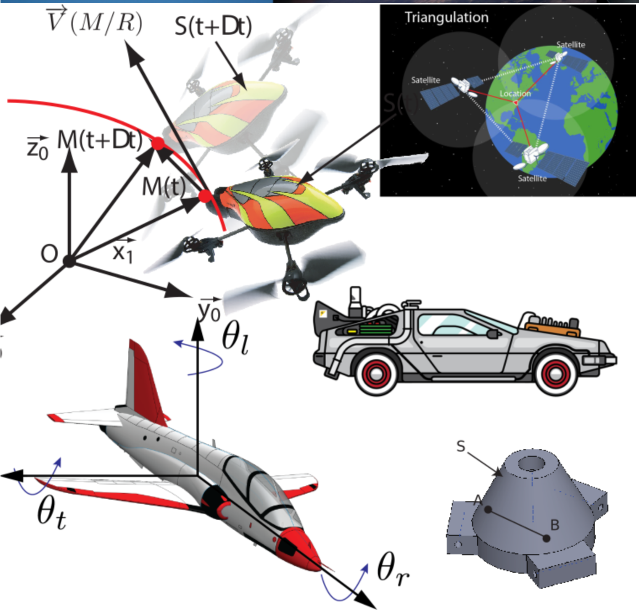




LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON

SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

CLASSE PRÉPARATOIRE M.P.S.I. ET M.P.I.I.

ANNÉE 2024 - 2025

C3 : MODÉLISATION CINÉMATIQUE DES SYSTÈMES COMPOSÉS DE CHAINES DE SOLIDES

TD 8 - Cinématique du solide (C3-4)

Compétences

- **Modéliser**
  - Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables.
  - Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides.
  - Vérifier la cohérence du modèle choisi en confrontant les résultats analytiques et/ou numériques aux résultats expérimentaux.
- **Communiquer**
  - Utiliser un vocabulaire technique, des symboles et des unités adéquats.

Exercice 1 : Mécanisme d'ouverture de porte en accordéon

Source : Emilien DURIF

1 Présentation et paramétrage

L'étude porte sur le dimensionnement d'un système de porte "accordéon" motorisée utilisé dans un bus. Le cahier des charges est résumé sur le diagramme d'exigence ci-dessous :

La figure 2 ci-dessous représente une porte "accordéon" motorisée.

- Le battant **1**
  - est articulé par rapport à la paroi du bus **0** en A;
  - son repère associé est : $R_1 = \left(A, \overrightarrow{x}_1, \overrightarrow{y}_1, \overrightarrow{z}_{0,1}\right)$;
  - son paramètre de mouvement est $\theta = \left(\overrightarrow{x}_0, \overrightarrow{x}_1\right) = \left(\overrightarrow{y}_0, \overrightarrow{y}_1\right)$;
  - $\overrightarrow{BA} = a \cdot \overrightarrow{y}_1$
- Le battant **2**
  - est articulé par rapport à la chaine **3** en C et par rapport au battant **1** en B;
  - son repère associé est : $R_2 = \left(A, \overrightarrow{x}_2, \overrightarrow{y}_2, \overrightarrow{z}_{0,2}\right)$;
  - son paramètre de mouvement est $\beta = \left(\overrightarrow{x}_0, \overrightarrow{x}_2\right) = \left(\overrightarrow{y}_0, \overrightarrow{y}_2\right)$;
  - $\overrightarrow{BC} = a \cdot \overrightarrow{y}_2$.
- La chaîne **3** qui est mise en mouvement par un moto-réducteur **4**. Le maillon C se déplace à vitesse notée $v(t)$.
- On considère la phase de fermeture de la porte, (à l'instant initial les points A et C sont confondus).

Q 1 : Représenter les figures planes de projection permettant de paramétrer le problème

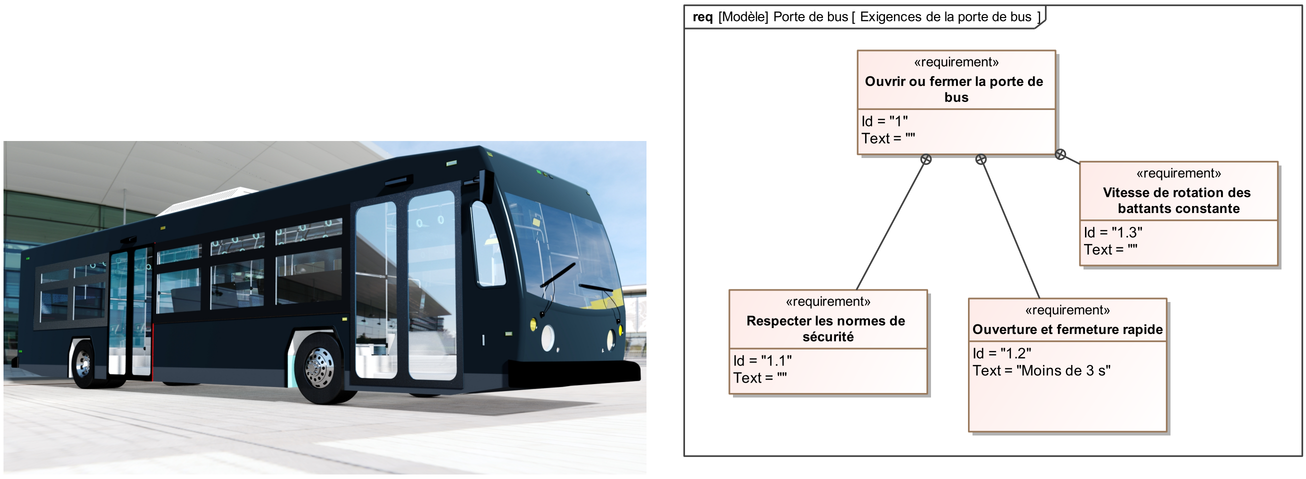


FIGURE 1 – Présentation de la problématique de l'étude.

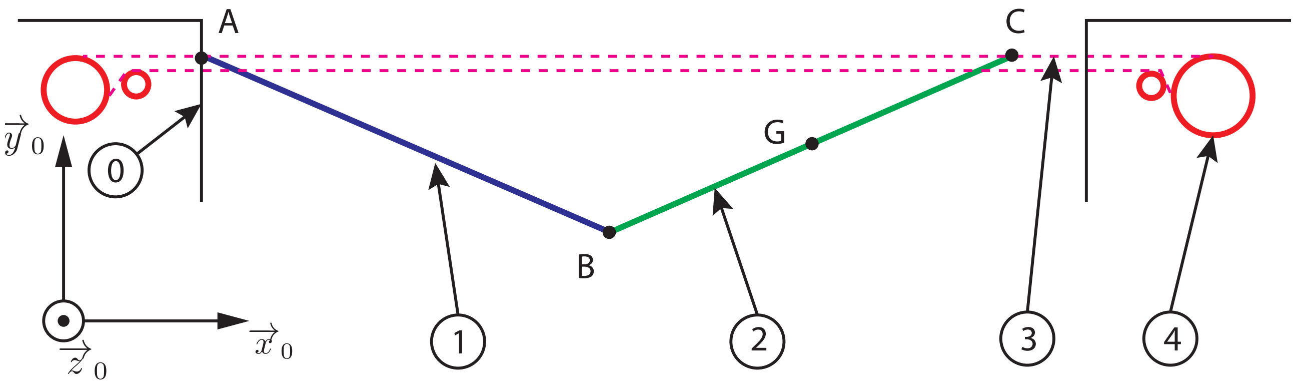


FIGURE 2 – Système d'ouverture de porte en accordéon

Q 2 : Représenter sur la figure et la configuration ci-dessus les différents repères et les paramètres angulaires associés.

2 Résolution : détermination de la relation entrée-sortie du problème.

Q 3 : Quelle est la nature du mouvement du maillon de chaine 3 **par rapport à la paroi du bus** 0 **?**

Q 4 : Caractériser ce mouvement par son torseur cinématique en fonction de v **:** $\left\{\mathscr{V}_{(3/0)}\right\}$ **au point** C **puis au point** B**.**

Q 5 : Quelle est la nature du mouvement du battant 1 **par rapport à la paroi du bus** 0 **?**

Q 6 : Donner l'expression du torseur cinématique $\left\{\mathscr{V}_{(1/0)}\right\}$ **au point** A**.**

Q 7 : Déduire le torseur cinématique $\left\{\mathscr{V}_{(1/0)}\right\}$ **au point** B**.**

Q 8 : Calculer $\overrightarrow{V}(B \in 1/0)$ **par la mécanique du point (dérivation vectorielle).**

Q 9 : Déterminer le torseur cinématique $\left\{\mathscr{V}_{(2/1)}\right\}$ **au point** B **en fonction de** $\dot{\beta}$ **et** $\dot{\theta}$**.**

Q 10 : Déterminer le torseur cinématique $\left\{\mathscr{V}_{(2/3)}\right\}$ **au point** C **puis au point** B **en fonction de** a **et** $\dot{\beta}$**.**

Q 11 : Traduire la relation de Chasles au Point B **:** $\left\{\mathcal{V}_{(1/0)}\right\} = \left\{\mathcal{V}_{(1/2)}\right\} + \left\{\mathcal{V}_{(2/3)}\right\} + \left\{\mathcal{V}_{(3/0)}\right\}$**.**

Q 12 : En projetant la relation en vitesse issue de la question précédente en déduire deux équations scalaires.

Q 13 : A l'aide des conditions initiales lorsque la porte est ouverte ($\beta = \theta = 0$**) et en intégrant par rapport au temps une des deux équations précédentes, en déduire une relation entre** β **et** θ $\forall t$ **et l'expression de** $v(t)$ **en fonction de** θ**.**

Q 14 : Déterminer numériquement l'expression de $v(t)$ **pour respecter le cahier des charges (On prendra** $a = 1m$**).**

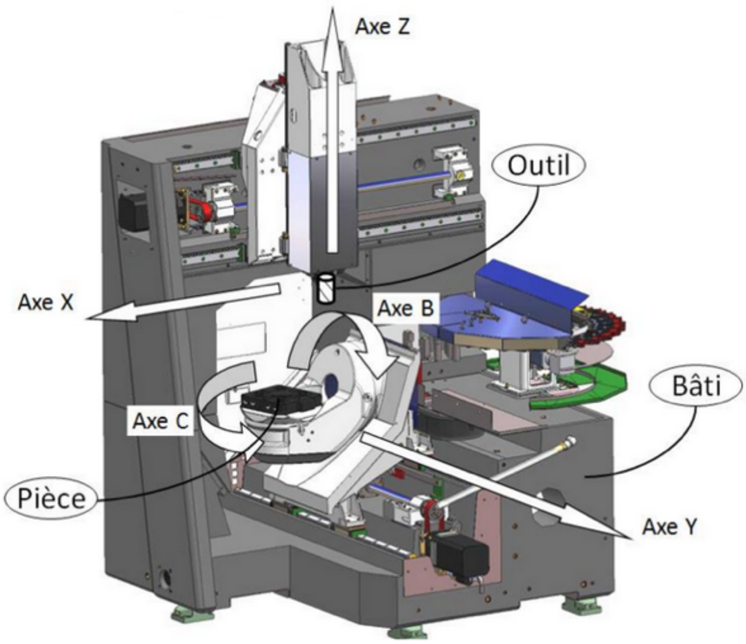
Exercice 2 : Etude cinématique d'un centre d'usinage grande vitesse 5 axes

---

Source : Michel Ghidossi

1 Présentation des exigences

L'usinage est une opération de transformation d'un produit par enlèvement de matière. Cette opération est à la base de la fabrication de produits dans les industries mécaniques. On appelle le moyen de production associé à une opération d'usinage une machine outil ou un centre d'usinage. La génération d'une surface par enlèvement de matière est obtenue grâce à un outil muni d'au moins une arête coupante. . Les différentes formes de pièces sont obtenues par des translations et des rotations de l'outil par rapport à la pièce.



Centre d'usinage 5 axes

Pièce complexe obtenue par usinage

FIGURE 3

La figure ci-dessus est un exemple de machine possédant 3 translations (X, Y et Z) et deux rotations (B et C). Une telle machine est appelée machine 5 axes (un axe est un ensemble qui gère un des mouvements élémentaire, translation ou rotation). Sur cette machine, 2 axes sont utilisés pour mettre en mouvement l'outil par rapport au bâti (ce sont les translations Y et Z) et 3 axes sont utilisés pour mettre en mouvement la pièce par rapport au bâti (ce sont la translation X et les deux rotations B et C).

	Variable	Course
Axe X	$x(t)$	800 mm
Axe Y	$y(t)$	600 mm
Axe Z	$z(t)$	500 mm

	Variable	Course
Axe B	$\theta_1(t)$	$30°/-110°$
Axe C	$\theta_0(t)$	$360°$

L'objectif de cette étude est de déterminer les conditions cinématiques à imposer pour respecter le critère de qualité d'usinage du cahier des charges. La chaîne cinématique pour déplacer l'outil par rapport au bâti.

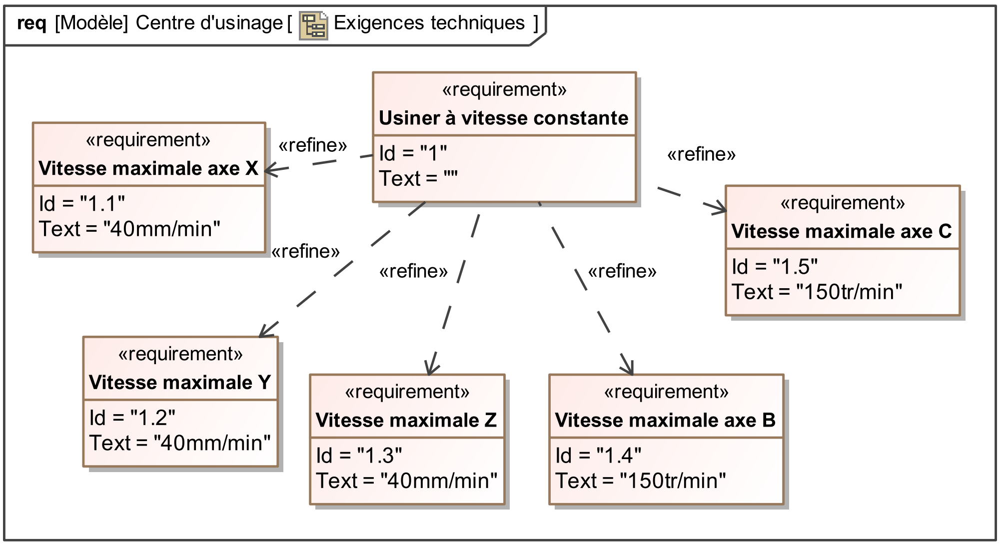
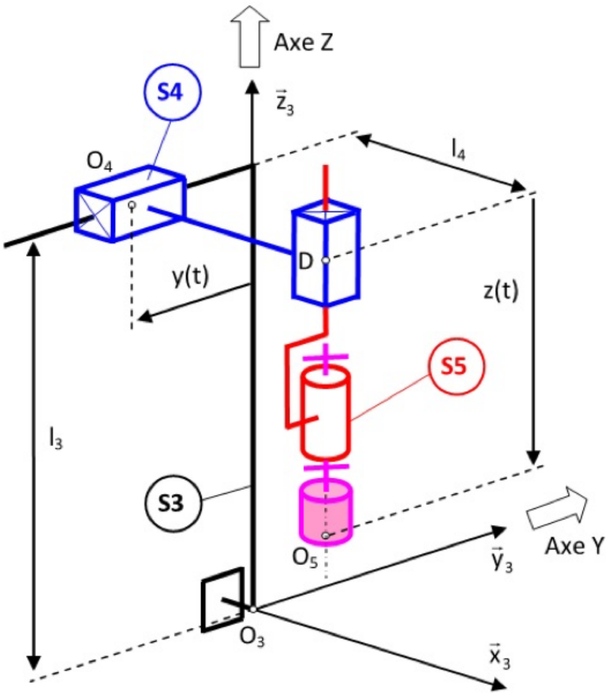


FIGURE 4 – Diagramme partiel des exigences du centre d'usinage

2 Modélisation de la chaine cinématique associée à l'outil



- On associe à S_3 (Supposé galiléen), le repère :
$$R_3 = \left(O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3\right)$$
- S_4 est en mouvement de translation de direction $\vec{y}_4 = \vec{y}_3$ par rapport à S_3. On associe à S_4, le repère :
$$R_4 = \left(O_4, \vec{x}_4 = \vec{x}_3, \vec{y}_4 = \vec{y}_3, \vec{z}_4 = \vec{z}_3\right)$$
- S_5 est en mouvement de translation de direction $\vec{z}_5 = \vec{z}_3$ par rapport à S_3. On associe à S_5, le repère :
$$R_5 = \left(O_5, \vec{x}_5 = \vec{x}_3, \vec{y}_5 = \vec{y}_3, \vec{z}_5 = \vec{z}_3\right)$$
- On pose :
  - $\overrightarrow{O_3O_4} = y(t)\cdot\vec{y}_3 + l_3\cdot\vec{z}_3$;
  - $\overrightarrow{O_4D} = l_4\cdot\vec{x}_4$;
  - $\overrightarrow{DO_5} = z(t)\cdot\vec{z}_5$;
  - l_3 et l_4 sont des constantes.

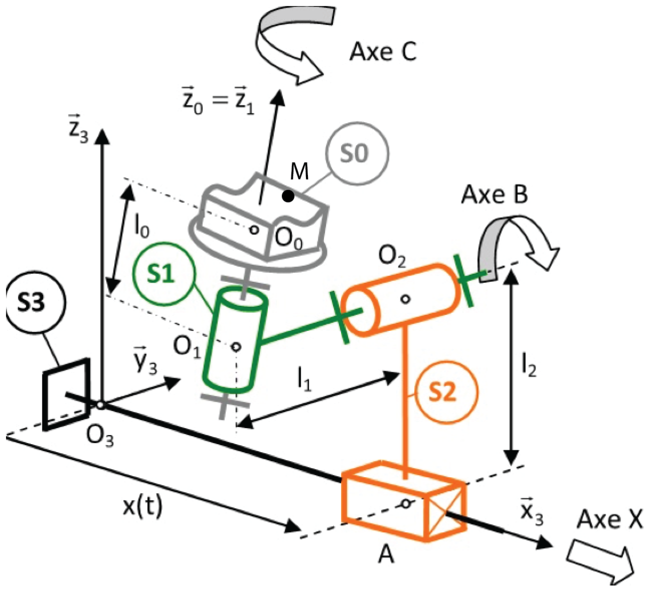
Q 15 : Exprimer $\overrightarrow{O_3O5}$ dans la base associée au repère R_3.

Q 16 : Définir et caractériser le lieu géométrique du point O_5 (extrémité de l'outil) dans son mouvement par rapport au repère R_3, lorsque l'on commande les axes Y et Z.

Q 17 : Donner l'expression de $\overrightarrow{V}(O_5 \in 5/3)$ en utilisant la dérivation vectorielle.

Q 18 : A l'aide du diagramme des exigences (figure 4), calculer la valeur maximale de la norme du vecteur vitesse $\|\overrightarrow{V}(O_5 \in 5/3)\|_{max}$.

3 Chaîne cinématique pour déplacer la pièce par rapport au bâti.



- Le repère R_3 est toujours considéré comme galiléen.
- S_2 est en mouvement de translation de direction $\vec{x}_2 = \vec{x}_3$ par rapport à S_3. On associe à S_2, le repère :

$$R_2 = (O_2, \vec{x}_2 = \vec{x}_3, \vec{y}_2 = \vec{y}_3, \vec{z}_2 = \vec{z}_3)$$

- S_1 est en mouvement de rotation autour de l'axe $(O_2, \vec{y}_1 = \vec{y}_2)$ par rapport à S_2 (paramètre angulaire de mouvement $\theta_1 = (\vec{z}_2, \vec{z}_1)$). On associe à S_1, le repère :

$$R_1 = (O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1 = \vec{y}_2, \vec{z}_1)$$

- S_0 est en mouvement de rotation autour de l'axe $(O_1, \vec{z}_0 = \vec{z}_1)$ par rapport à S_1 (paramètre angulaire de mouvement $\theta_0 = (\vec{x}_1, \vec{x}_0)$). On associe à S_0, le repère :

$$R_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0 = \vec{z}_1)$$

- On pose :
  - $\overrightarrow{O_3A} = x_A(t) \cdot \vec{x}_3$;
  - $\overrightarrow{AO_2} = l_2 \cdot \vec{z}_3$;
  - $\overrightarrow{O_2O_1} = -l_1 \cdot \vec{y}_3$;
  - $\overrightarrow{O_1O_0} = l_0 \cdot \vec{z}_1$;
  - l_2, l_1 et l_0 sont des constantes.
  - La surface usinée est définie comme un ensemble de points M de coordonnées (x_M, y_M, z_M) dans le repère R_0.

Q 19 : Donner les figures planes de projection traduisant les deux rotations de S_0/S_1 et de S_1/S_2.

Q 20 : Exprimer $\overrightarrow{\Omega}(2/3)$

Q 21 : Exprimer $\overrightarrow{\Omega}(1/2)$

Q 22 : Exprimer $\overrightarrow{\Omega}(0/1)$

Q 23 : En déduire $\overrightarrow{\Omega}(1/3)$ et $\overrightarrow{\Omega}(0/3)$

Q 24 : Calculer $\left[\frac{d\vec{z}_1}{dt}\right]_{R_3}$.

Q 25 : Caractériser le lieu géométrique du point O_0 dans son mouvement par rapport au repère R_3 lorsque l'on commande les axes X, B et C.

Q 26 : Exprimer le vecteur position $\overrightarrow{O_3O_0}$.

Q 27 : Calculer $\overrightarrow{V}(O_0 \in 0/3)$ par dérivation vectorielle.

Q 28 : Déterminer la valeur maximale de la norme de cette vitesse si $l_0 = 0,1m$ et $\dot{x}_A = 0$.

Q 29 : Exprimer le torseur cinématique $\left\{\mathcal{V}_{(0/3)}\right\}$ en O_0.

Q 30 : Exprimer le torseur cinématique $\left\{\mathcal{V}_{(0/3)}\right\}$ en M.