

LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON

SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

CLASSE PRÉPARATOIRE M.P.S.I. ET M.P.I.I.

ANNÉE 2024 - 2025



C3 : MODÉLISATION CINÉMATIQUE DES SYSTÈMES  
COMPOSÉS DE CHAINES DE SOLIDES

## TD 6 - Introduction à la modélisation des systèmes mécaniques (C3-1)

### Compétences

- **Modéliser**
  - Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables.
  - Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique.
  - Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides.
- **Communiquer**
  - Utiliser un vocabulaire technique, des symboles et des unités adéquats.

## Exercice 1 : Le robot humanoïde LOLA

**Source :** Mines Ponts PSI 2015

### 1 Présentation

Le développement de robots à forme humaine est en croissance constante depuis quelques dizaines d'années. En robotique, il est difficile d'affirmer que tous les robots remplaçant l'homme dans ses tâches doivent être de forme humaine. Les véhicules autonomes, par exemple, ne sont pas anthropomorphes. Les tâches auxquelles sont destinés les robots définissent leur forme idéale. Si nous souhaitons un jour que les robots remplacent l'homme dans ses tâches ennuyeuses, ils devront s'intégrer au mieux à notre société, à notre environnement et à notre ergonomie.

Les dimensions d'une maison et la hauteur des meubles sont adaptées à notre forme humaine. L'avantage des robots humanoïdes devient alors économique : il n'est pas indispensable de modifier l'environnement quotidien pour les utiliser.

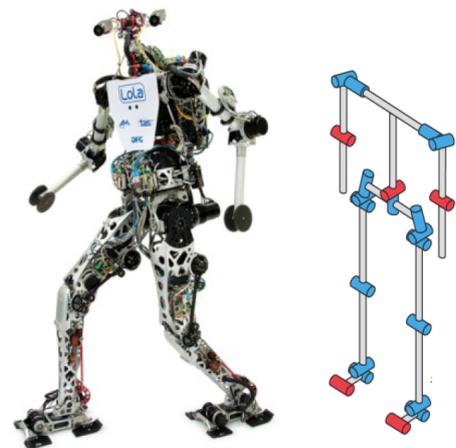


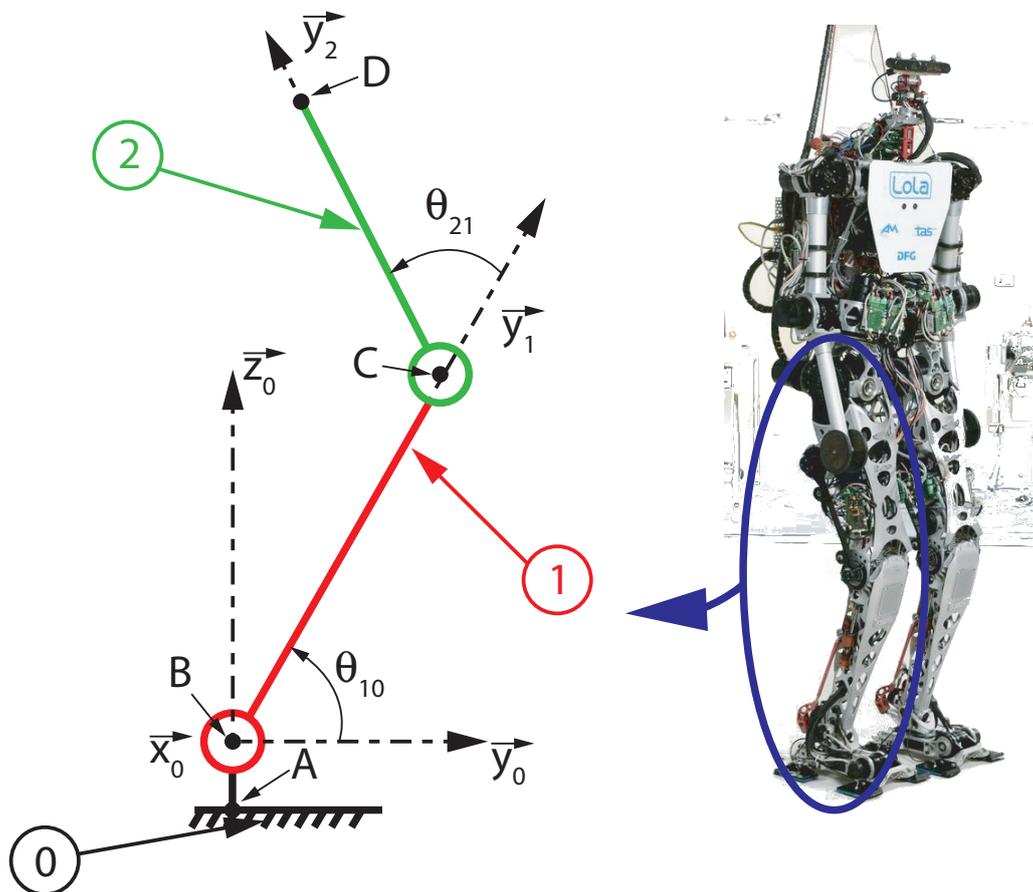
FIGURE 1 – le robot humanoïde LOLA et sa structure cinématique (sans la tête)

Le robot humanoïde LOLA (figure 1), développé par l'Université de Munich, est un robot de forme humaine conçu pour un mode de marche rapide. LOLA possède une structure à 25 degrés de liberté lui permettant une flexibilité accrue. Chaque jambe possède 7 degrés de liberté, le haut du corps 8 et la tête 3. Le robot est équipé d'une caméra stéréoscopique haute définition afin de percevoir son environnement, d'une centrale inertielle équipée de 3 gyroscopes et de 3 accéléromètres. Chaque articulation possède un codeur angulaire absolu et chaque pied est muni d'un capteur d'effort 6 axes permettant d'obtenir l'effort de contact avec le sol. Les caractéristiques techniques de LOLA sont données dans le tableau suivant :

| Caractéristiques             | Valeurs                   |
|------------------------------|---------------------------|
| Hauteur                      | 180 cm                    |
| Masse                        | 55 kg                     |
| Nombre de degrés de liberté  | 25                        |
| Vitesse de marche            | 5 km·h <sup>-1</sup> maxi |
| Hauteur du centre de gravité | 105 cm                    |

Le diagramme partiel des exigences est donné en annexe.

## 2 Modélisation cinématique de la jambe du robot Lola



On souhaite vérifier le débattement vertical au niveau de la hanche du robot Lola (exigence 1.1.1). On se place dans la configuration où le pied du robot Lola est posé à plat et est donc solidaire du sol.

- On attache au **pied fixe du robot** 0 le repère  $R_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .  $\vec{z}_0$  est l'axe vertical ascendant. A est le point de contact avec le sol. Le point B est le centre de l'articulation au niveau de la cheville. On pose  $\overline{AB} = L_0 \cdot \vec{z}_0$ .
- **le tibia** 1 est en liaison pivot (une seule rotation) autour de l'axe  $(B, \vec{x}_{0,1})$  par rapport au pied fixe du robot 0. On attache au solide 1 le repère  $R_1(B, \vec{x}_{0,1}, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ . On pose  $\overline{BC} = L_1 \cdot \vec{y}_1$  et  $\theta_{10} = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$ . Le point C est le centre de l'articulation du genou.

- Le **fémur 2** est en liaison pivot d'axe  $(C, \vec{x}_{0,1,2})$  avec le solide 1. On attache au solide 2 le repère  $R_2(C, \vec{x}_{0,1,2}, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ . On pose  $\vec{CD} = L_2 \cdot \vec{y}_2$  et  $\theta_{21} = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$ . Le point D est le centre de l'articulation au niveau de la hanche.

**Q 1 : Donner les figures planes de projection permettant de traduire toutes les rotations du mécanisme.**

**Q 2 : Déterminer le vecteur  $\vec{AD}$ .**

**Q 3 : Déterminer la projection du vecteur  $\vec{AD}$  selon les vecteurs  $\vec{y}_0$  et  $\vec{z}_0$ .**

Les valeurs extrêmes articulaires du robot ainsi que les valeurs numériques des constantes sont données dans le tableau ci-dessous :

| Paramètres angulaire | Angles en position extrême 1 | Angle en position extrême 2 |
|----------------------|------------------------------|-----------------------------|
| $\theta_{10}$        | $40^\circ$                   | $120^\circ$                 |
| $\theta_{21}$        | $0^\circ$                    | $160^\circ$                 |

| Paramètres | Valeur en m     |
|------------|-----------------|
| $L_0$      | $8\text{cm}$    |
| $L_1$      | $51,8\text{cm}$ |
| $L_2$      | $43,1\text{cm}$ |

**Q 4 : Proposer les valeurs numériques des couples  $(\theta_{10}^b, \theta_{21}^b)$  et  $(\theta_{10}^h, \theta_{21}^h)$  correspondant respectivement à la position la plus basse (position agenouillée) et haute (position droite) de la hanche.**

**Q 5 : Donner les valeurs numériques de la projection du vecteur  $\vec{AD}$  selon le vecteur  $\vec{z}_0$  pour les deux positions extrêmes du robot (positions agenouillée et droite).**

**Q 6 : Vérifier que le robot peut bien atteindre l'amplitude de mouvement vertical souhaité.**

3 Annexes

a) Extrait du cahier des charges

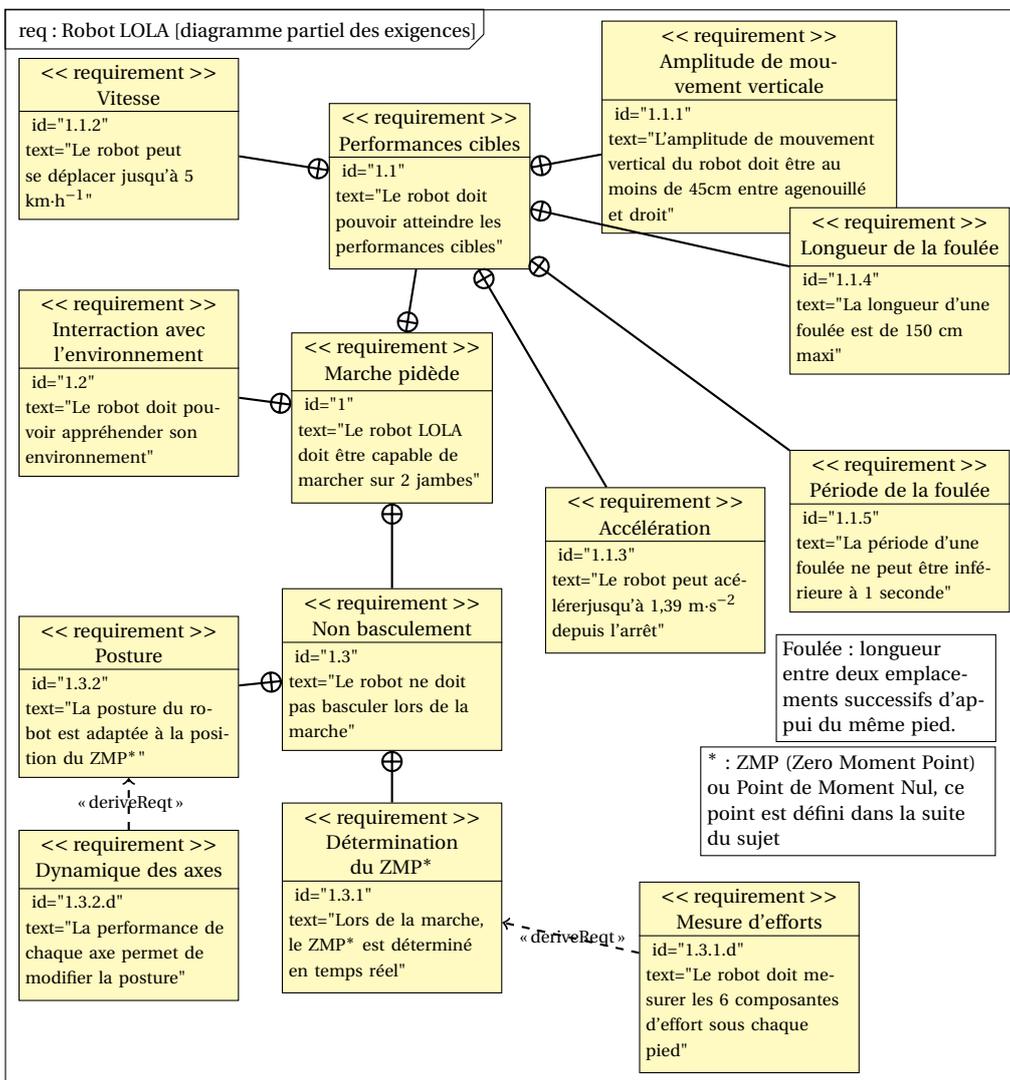


FIGURE 2 – Diagramme des exigences

Exercice 2 : Calculs vectoriels

Source : Emilien DURIF

Soient  $R_1 = (O_1, \vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1)$ ,  $R_2 = (O_2, \vec{i}_2, \vec{j}_2, \vec{k}_2)$  et  $R_3 = (O_3, \vec{i}_3, \vec{j}_3, \vec{k}_3)$  avec  $\vec{i}_m, \vec{j}_m, \vec{k}_m$  des vecteurs unitaire formant les bases orthonormées  $R_m$ .

On passe de  $R_1$  à  $R_2$  par un rotation  $\alpha$  autour de  $\vec{i}_1$ .

On passe de  $R_2$  à  $R_3$  par un rotation  $\theta$  autour de  $\vec{j}_2$ .

Q 7 : Faire les figures de changement de base.

Q 8 : Donner les composantes des vecteurs  $\vec{i}_3$  et  $\vec{j}_3$  dans  $R_1$ .

Q 9 : Donner le résultat des opérations suivantes :

$$\vec{k}_1 \cdot \vec{i}_2, \quad \vec{j}_3 \cdot \vec{k}_1, \quad \vec{i}_1 \cdot \vec{i}_3, \quad \vec{k}_1 \wedge \vec{i}_2, \quad \vec{j}_3 \wedge \vec{k}_1, \quad \vec{i}_1 \wedge \vec{i}_3.$$

On définit les vecteurs :

$$\vec{V}_1 = a \vec{i}_1 + b \vec{k}_1$$

$$\vec{V}_2 = c \vec{i}_3$$

$$\vec{V}_3 = d \vec{i}_3 + e \vec{j}_3.$$

**Q 10 :** Donner l'expression de la projection du vecteur  $\vec{W} = \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$  sur  $\vec{i}_1$ .

**Q 11 :** Calculer le produit mixte  $(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) \cdot \vec{V}_3$ .