

LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON

SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

CLASSE PRÉPARATOIRE M.P.S.I. ET M.P.I.I.

ANNÉE 2024 - 2025



C7 : ANALYSE FRÉQUENTIELLE DES SYSTÈMES ASSERVIS

## TD 15 - Analyse fréquentielle élémentaire des SLCI (C7-1)

### Compétences

- **Analyser**
  - Identifier la structure d'un système asservi.
  - Interpréter et vérifier la cohérence des résultats obtenus expérimentalement, analytiquement ou numériquement.
- **Modéliser**
  - Établir un modèle de connaissance par des fonctions de transfert.
  - Modéliser le signal d'entrée.
  - Établir un modèle de comportement à partir d'une réponse temporelle ou fréquentielle.
  - Vérifier la cohérence du modèle choisi en confrontant les résultats analytiques et/ou numériques aux résultats expérimentaux.
- **Résoudre**
  - Déterminer la réponse fréquentielle.
- **Communiquer**
  - Utiliser un vocabulaire technique, des symboles et des unités adéquats.

## Exercice 1 : Chirurgie endoscopique à distance

**Source :** Banque PT SIA 2005

### 1 Présentation

Les avancées technologiques dans le domaine de la chirurgie permettent actuellement au chirurgien installé devant un poste de commande et de contrôle de commander à distance des robots portant les outils chirurgicaux. Ce poste nommé "console" contient :

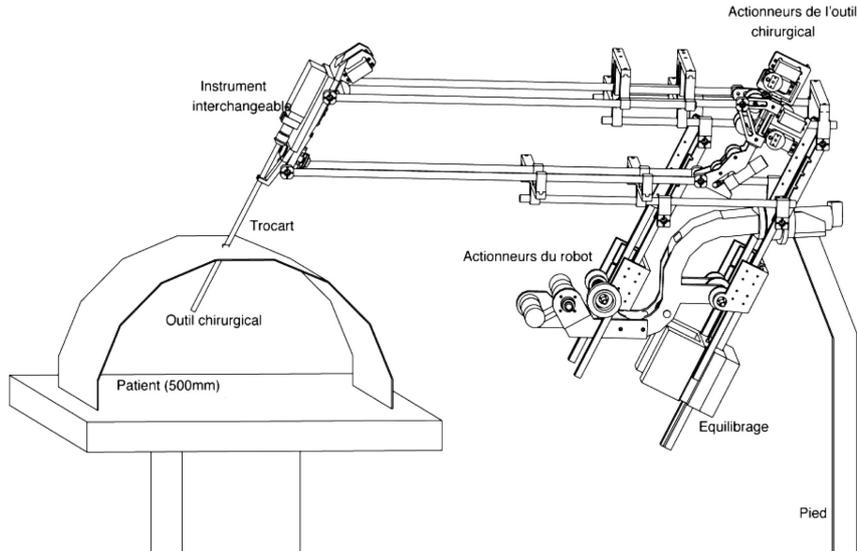
- les dispositifs d'acquisition des mouvements du chirurgien;
- un écran vidéo pour le retour d'image provenant de l'endoscope;
- un écran de contrôle du système informatique.



Outre le confort opératoire pour le chirurgien, le principal avantage du système robotisé est de permettre le traitement des commandes générées par la console, avant que ceux-ci ne soient transmis aux robots esclaves. On peut par exemple utiliser ce traitement pour :

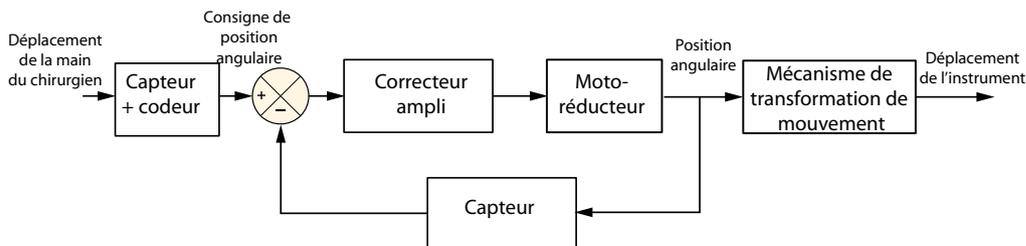
- limiter les débattements des outils ;
- filtrer les mouvements vibratoires ;
- changer d'échelle et permettre des déplacements infinitésimaux.

On s'intéresse ici à un prototype de robot appelé "Endoxirob" ou "robot pour la chirurgie endoscopique".



Sur l'extrémité du bras de robot, les instruments chirurgicaux sont interchangeables. L'échange d'instruments s'effectue rapidement pendant l'utilisation du robot.

Le choix technologique des ingénieurs a été de placer les actionneurs électriques de l'outil chirurgical non pas sur l'instrument chirurgical lui-même, mais sur la structure du robot ; ce choix a conduit à la conception d'une interface mécanique spécifique, à poussoirs, permettant le transfert des actions de commande des actionneurs vers l'outil chirurgical. Le schéma-blocs ci-dessous présente la commande du déplacement de l'instrument :



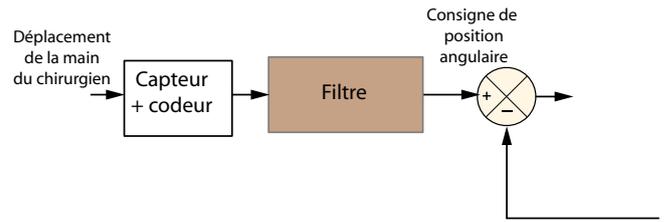
La console permet de capter le déplacement de la main, de le coder et éventuellement de le filtrer afin d'élaborer la tension de consigne de position angulaire du moto-réducteur. La position angulaire est transformée en position linéaire de l'instrument, par un mécanisme de transformation de mouvement à crémaillère. La fonction de transfert de l'asservissement étudié est :

$$H(p) = \frac{D_{instrument}(p)}{D_{main}(p)} = \frac{1}{(1 + 0,014p + 0,00017p^2)(1 + 0,015p + 0,0014p^2)}$$

Avec :

- $d_{instrument}(t)$ , le déplacement de l'instrument (en m) ;
- $d_{main}(t)$ , le déplacement de la main du chirurgien (en m).

**Objectif 1 :**  
concevoir un filtre à insérer en série dans le bloc d'élaboration de la consigne angulaire, afin de limiter l'amplitude de l'instrument lors du tremblement de la main du chirurgien, tout en préservant une rapidité suffisante au système.



## 2 Modélisation du comportement de l'asservissement sans filtre

On donne sur la figure 1 le diagramme de bode asymptotique de la fonction de transfert  $H(p)$ .

**Q 1 : Déterminer, en raisonnant graphiquement (à partir du diagramme de Bode), l'amplitude du mouvement pris par l'instrument lorsque la main du chirurgien est prise d'un tremblement modélisable par un signal sinusoïdal d'amplitude 1 mm et de période 0,25 s. Conclure.**

**Q 2 : Sur la figure 2 donner l'allure du signal d'entrée ( $d_{instrument}(t)$ ) et du signal de sortie correspondant.**

## 3 Mise en place du filtre

Afin de limiter l'amplitude du mouvement de l'instrument, lors du tremblement de la main du chirurgien, un filtre est inséré en amont du comparateur, c'est-à-dire en série avec l'asservissement sans filtre. La courbe de gain de l'asservissement ainsi filtré est égale alors à la somme de la courbe de gain du filtre et de la courbe de gain de l'asservissement sans filtre. On hésite entre trois filtres passe-bas de fonction de transfert :

$$F_1(p) = \frac{1}{1+0,04p} \quad F_2(p) = \frac{1}{1+0,1p} \quad F_3(p) = \frac{1}{1+0,5p}$$

**Q 3 : Tracer les diagrammes de Bode de ces 3 filtres sur la figure 1.**

**Q 4 : Choisir parmi ces trois filtres, ceux qui permettent d'atténuer sensiblement le phénomène lié au tremblement de la main du chirurgien et mis en évidence dans la partie précédente.**

Le filtre retenu ne doit pas, en revanche, filtrer les mouvements réalisés de manière volontaire par le chirurgien. On considère qu'un mouvement dont la période est supérieure à 1 s, est un mouvement souhaité, et non un tremblement. L'amplitude d'un tel mouvement ne doit pas être diminué de plus de 10% au niveau de l'instrument chirurgical.

**Q 5 : Choisir le filtre qui permet d'avoir un tel comportement.**

On donne sur la figure 3 le diagramme de Bode de la fonction de transfert filtré avec le filtre choisi précédemment.

Une large bande passante à  $-3dB$  caractérise un système rapide car cela implique que le système est apte à suivre des entrées rapides ou des fréquences élevées. Le cahier des charges de l'asservissement étudié impose une fréquence de coupure à  $-3dB$  supérieure ou égale à  $4Hz$ .

**Q 6 : Pour le filtre retenu précédemment, déterminer analytiquement la pulsation de coupure à  $-3dB$ . Vérifier ce résultat graphiquement sur la figure 3. Valider le critère du cahier des charges ci-dessus.**

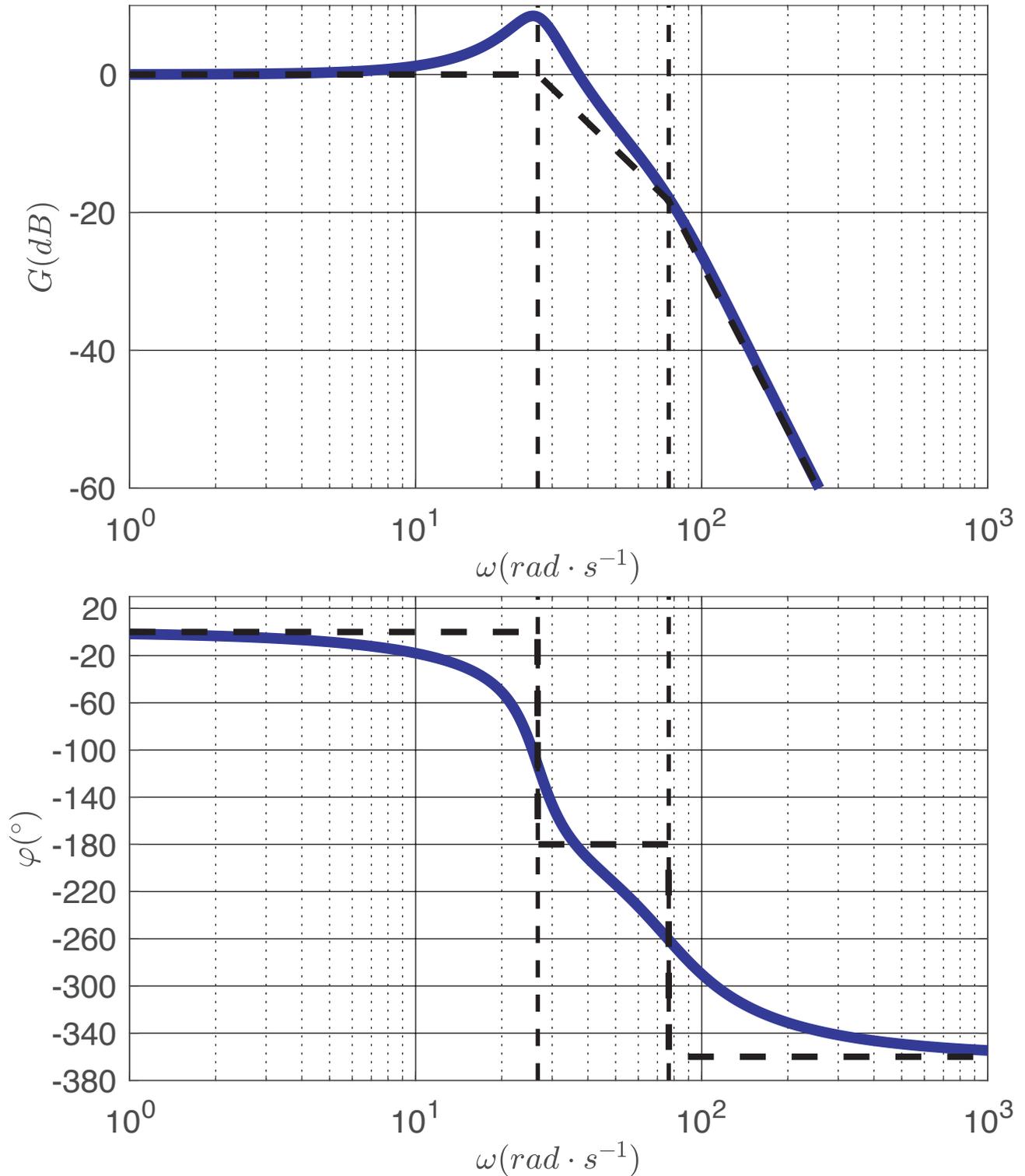


FIGURE 1 – Diagramme de Bode de la fonction de transfert

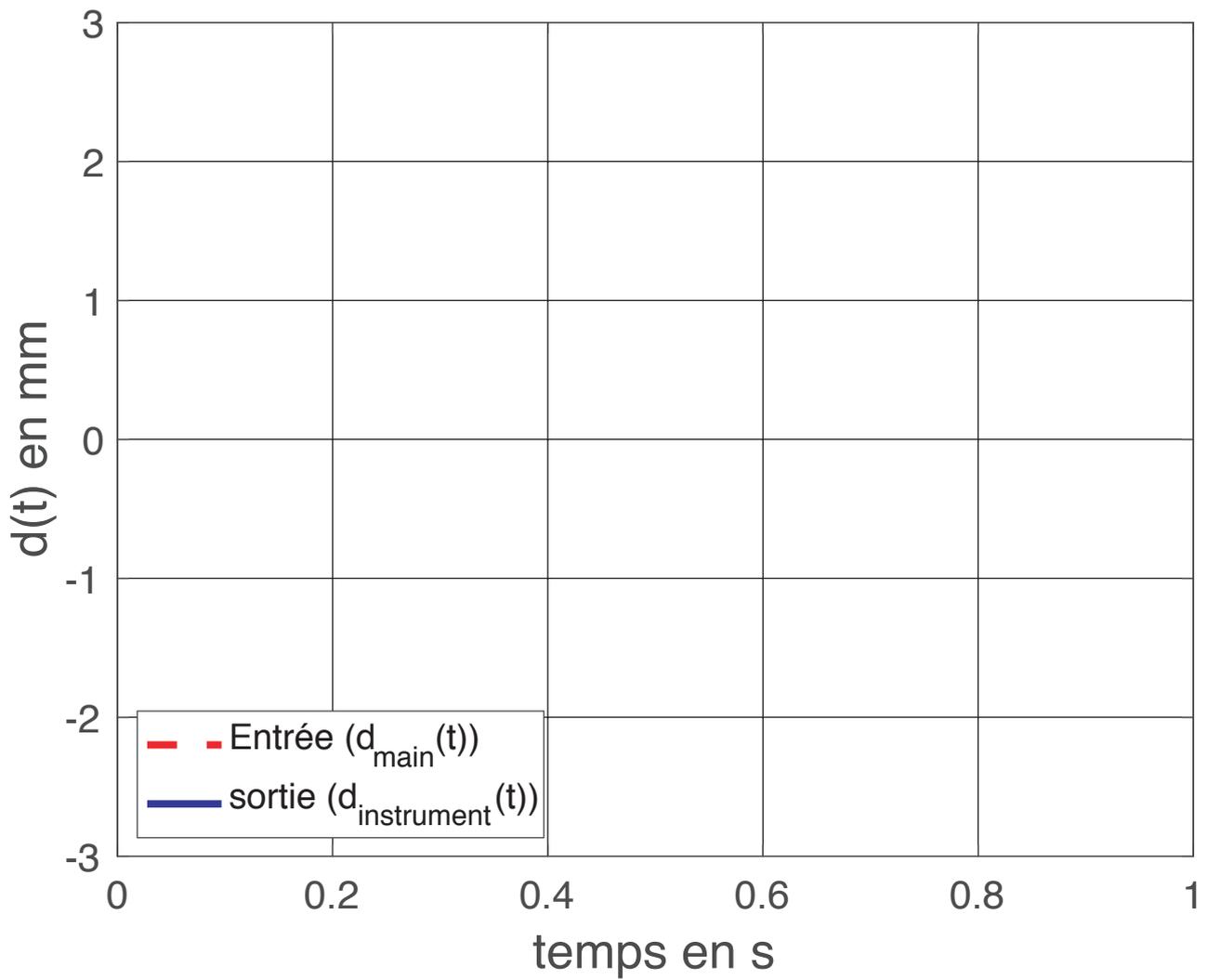


FIGURE 2 – Evolution temporelle de  $d_{main}(t)$  et  $d_{instrument}(t)$  lors d'un tremblement de d'amplitude 1 mm et de période 0,25 s

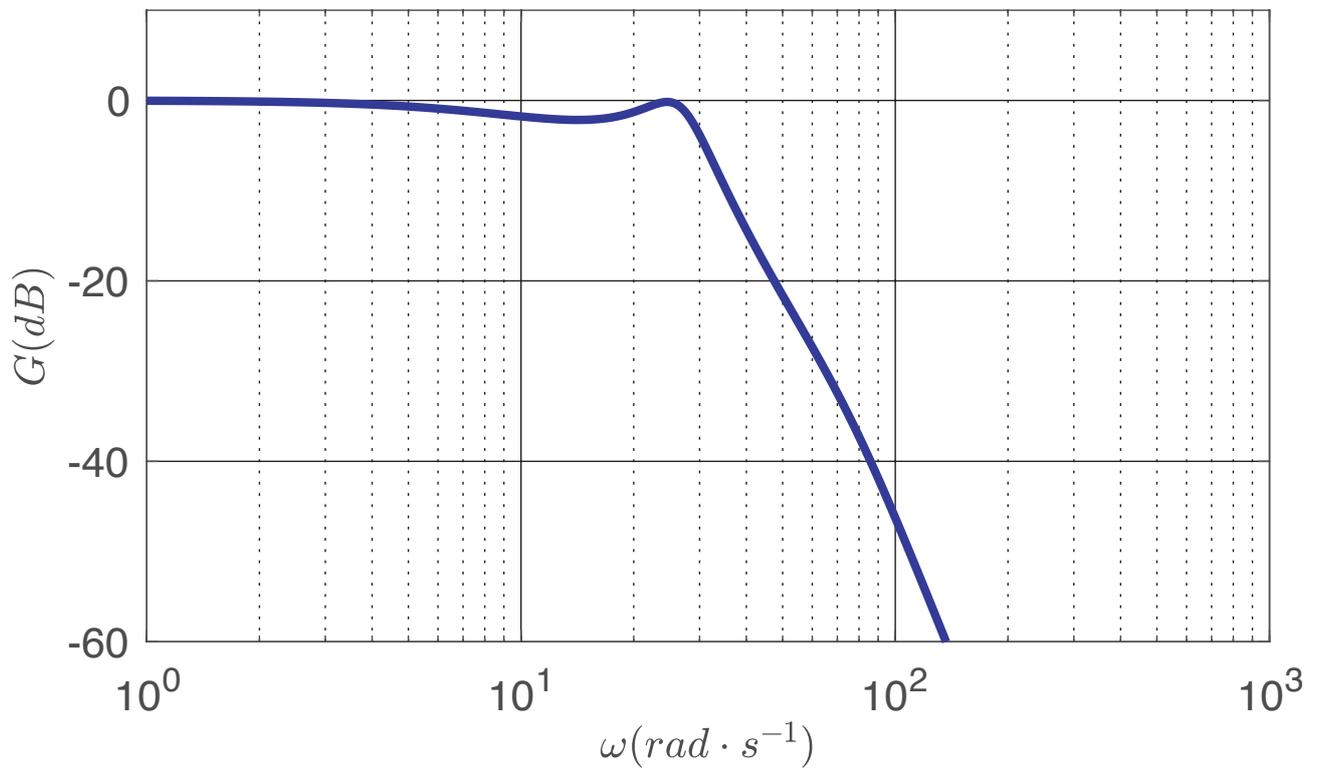


FIGURE 3 – diagramme de gain de  $F_i(p) \times H(p)$  avec  $F_i(p)$  le filtre retenu précédemment

## Exercice 2 : Étude d'un automate d'exploration de l'hémostase par chronométrie

Source : CCINP MP 2015

### 1 Présentation

La société Stago est un laboratoire pharmaceutique de l'industrie du Diagnostic In Vitro (DIV) entièrement dédiée à l'exploration de l'hémostase et de la thrombose. L'hémostase est le processus physiologique qui permet d'interrompre le saignement pour éviter l'hémorragie. L'objet de cette étude, le STA Compact, est un automate de laboratoire destiné à l'analyse de l'hémostase.

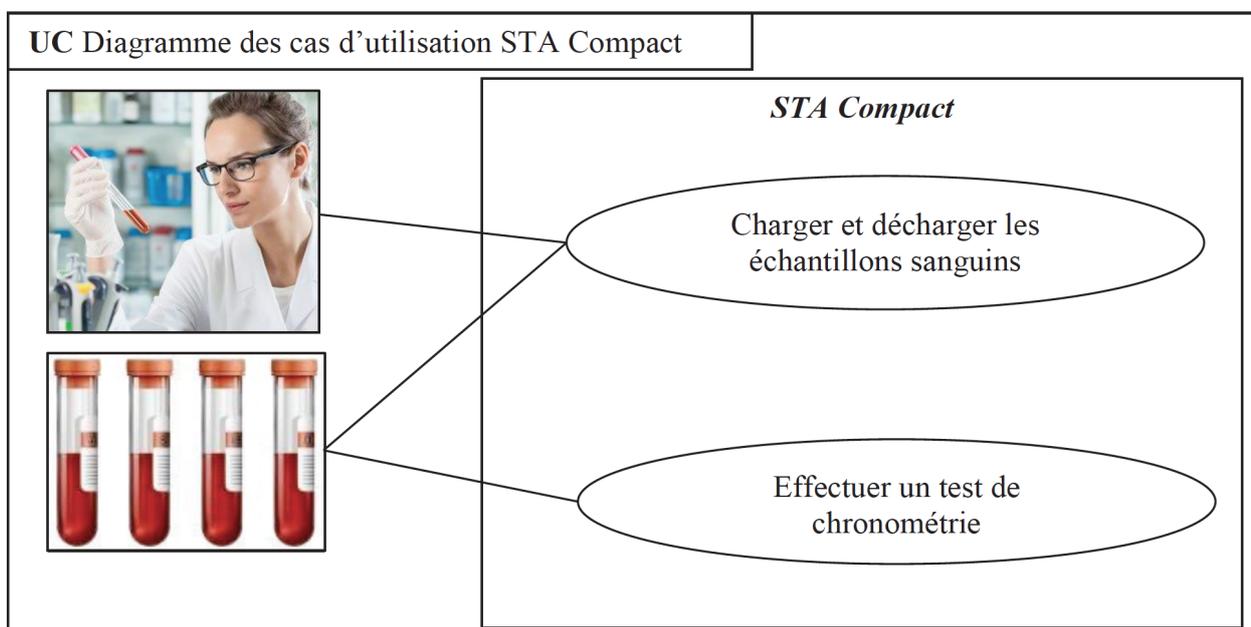


FIGURE 4 – Diagramme des cas d'utilisation du STA Compact

Le STA Compact permet de réaliser, entre autre, des tests de chronométrie afin de mesurer un temps de coagulation. Le principe du test de chronométrie est le suivant :

- une dose de réactif est mélangée à une dose de plasma sanguin précédemment étuvée dans une cuvette contenant une bille;
- l'ensemble est chauffé alors que la bille est mise en oscillation dans le mélange par un champ magnétique;
- on mesure l'amplitude de l'oscillation qui diminue sensiblement lors d'une variation de viscosité du mélange sang-réactif;
- le temps écoulé jusqu'à la diminution des oscillations donne le temps de coagulation.

### 2 Étude de la mise en oscillation

Le principe de la chronométrie consiste à mesurer la variation de l'amplitude d'oscillation d'une bille placée dans la cuvette de mesure (figures 5 et 6). La bille, roulant sans glisser sur le fond cylindrique de la cuvette, est mise en mouvement par un champ magnétique variable induit par deux bobines motrices placées de part et d'autre de la tête de mesure. L'amplitude des oscillations est mesurée par deux autres bobines, l'une émettrice, l'autre réceptrice. Après amplification du signal mesuré, on obtient un signal quasi-sinusoïdal, reflet de l'oscillation de la bille. A viscosité

constante, on obtient un balancement pendulaire constant de la bille. Quand la viscosité augmente (phénomène de coagulation), l'amplitude d'oscillation de la bille varie. Pour chaque mesure, le champ magnétique est ajusté en fonction de la viscosité initiale du milieu et du type de test.

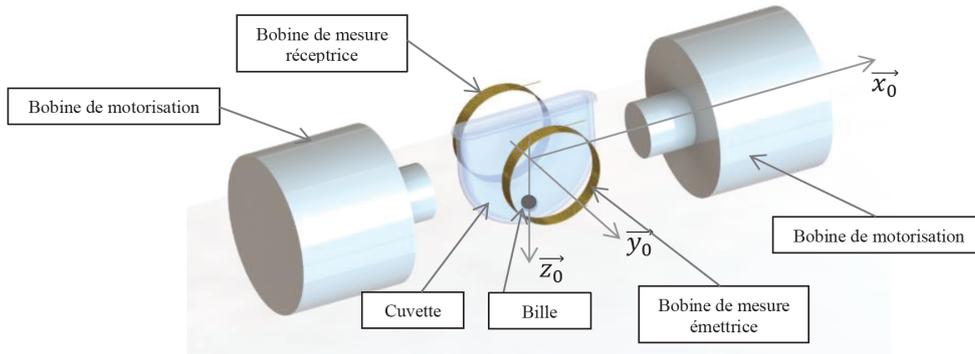


FIGURE 5 – Ensemble cuvette + bille avec bobines motrices et bobines de mesure

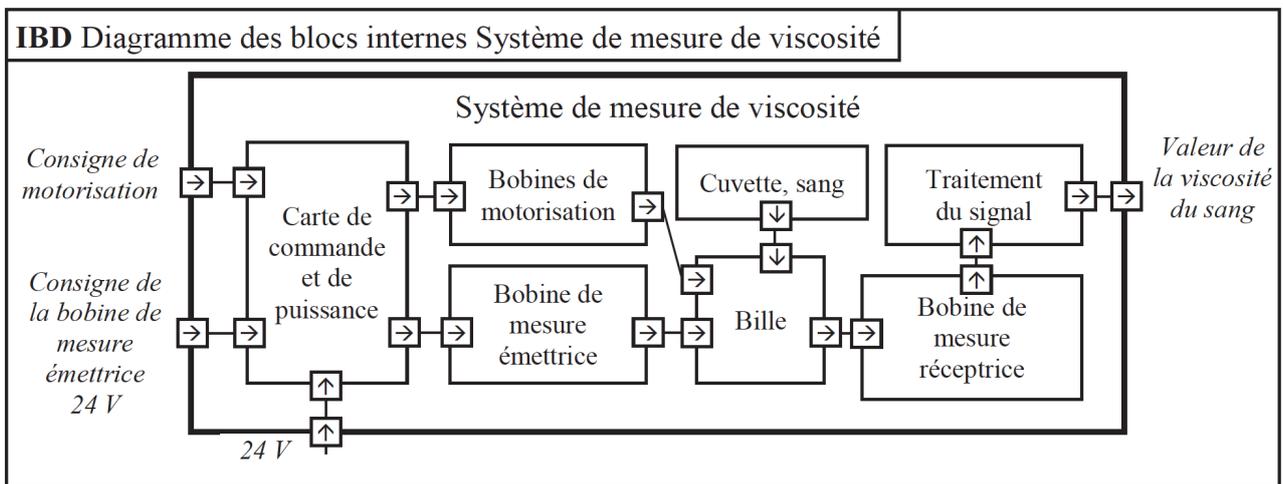
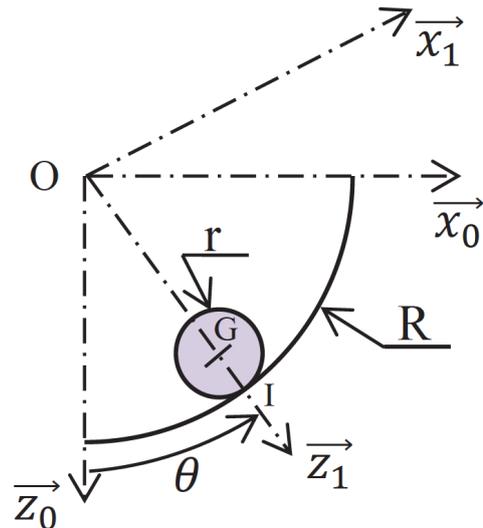


FIGURE 6 – Diagramme de bloc interne du système de mesure

On se propose de modéliser le comportement de la bille pour en déduire la commande du système.

- la bille de masse  $m$ , de centre de masse  $G$ , de rayon  $r$ , roule sans glisser sur un rail circulaire de rayon  $R$  dans le plan  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ ;
- $I$  est le point de contact entre la bille et le rail circulaire;
- la position de la bille sur le rail est repérée par :  $\theta = (\vec{z}_0, \vec{z}_1) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ .



Les équation de la dynamique donne l'équation de mouvement de la bille suivante :

$$\frac{7}{5} m (R - r) \ddot{\theta}(t) + f_v (R - r) \dot{\theta}(t) + mg \sin \theta(t) = F(t) \cos \theta(t)$$

Avec :

- $f_v$ , le coefficient de frottement visqueux qui est donné par  $f_v = 6\pi \cdot r \cdot \eta$  où  $\eta$  est la viscosité du sang qui varie lors de la coagulation;
- $g$  est l'accélération de la pesanteur;
- $F(t)$  est l'effort de motorisation tel que :  $F(t) = F_0 \cdot \sin(\omega_m t)$ ;

**Q 7 :** En supposant  $\theta$  petit, linéariser l'équation du mouvement puis en déduire la fonction de transfert  $H(p) = \frac{\theta(p)}{F(p)}$

**Q 8 :** Mettre  $H(p)$  sous la forme canonique d'un système du second ordre dont on donnera les expressions du gain statique  $K_s$ , de la pulsation propre non amortie  $\omega_0$  et du coefficient d'amortissement  $\xi$  en fonction de  $f_v$ ,  $R$ ,  $r$ ,  $m$  et  $g$ .

**Q 9 :** On prendra les valeurs numériques suivantes pour cette question :  $\omega_0 = 21,8 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $K_s = 25 \text{ N}^{-1}$ ;  $\xi = 4 \cdot f_v$ . Tracer, sur le document réponse (figure 7), le diagramme asymptotique de Bode en gain, ainsi que l'allure du diagramme réel pour les valeurs suivantes du coefficient de frottement visqueux  $f_v$  :  $f_v = 0,005$ ;  $f_v = 0,05$ ;  $f_v = 0,2$ . On pourra alors calculer s'il y a existence les coefficients de surtensions et les pulsation de résonance.

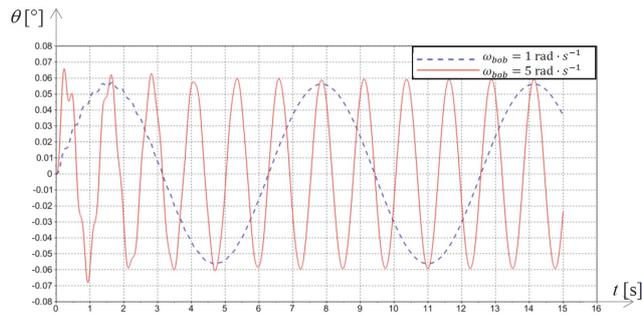
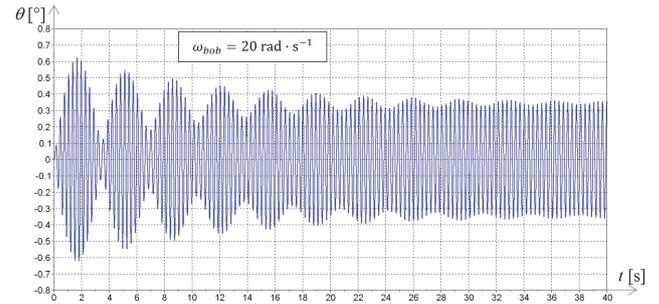
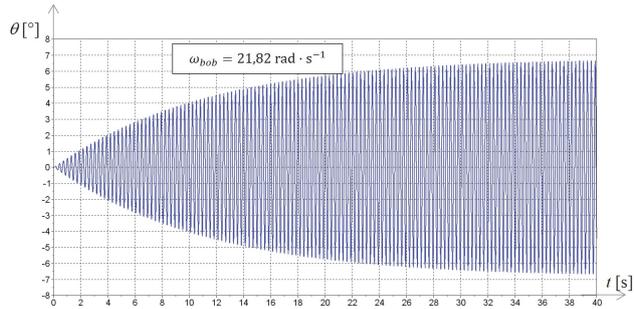
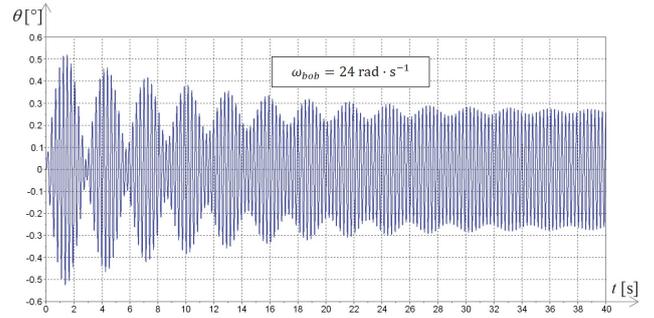
**Q 10 :** La sollicitation des bobines est sinusoïdale :  $F(t) = F_0 \cdot \sin(\omega_m t)$ . Préciser, en justifiant votre réponse, la valeur à laquelle il faut régler la pulsation  $\omega_m$  pour pouvoir observer, au mieux, l'évolution du coefficient de frottement  $f_v$ .

**Q 11 :** Exprimer, pour un système du second ordre, en fonction de  $\xi$ , le rapport des amplitudes de sortie à  $\omega \rightarrow 0$  et  $\omega = \omega_0$  pour une même amplitude du signal d'entrée.

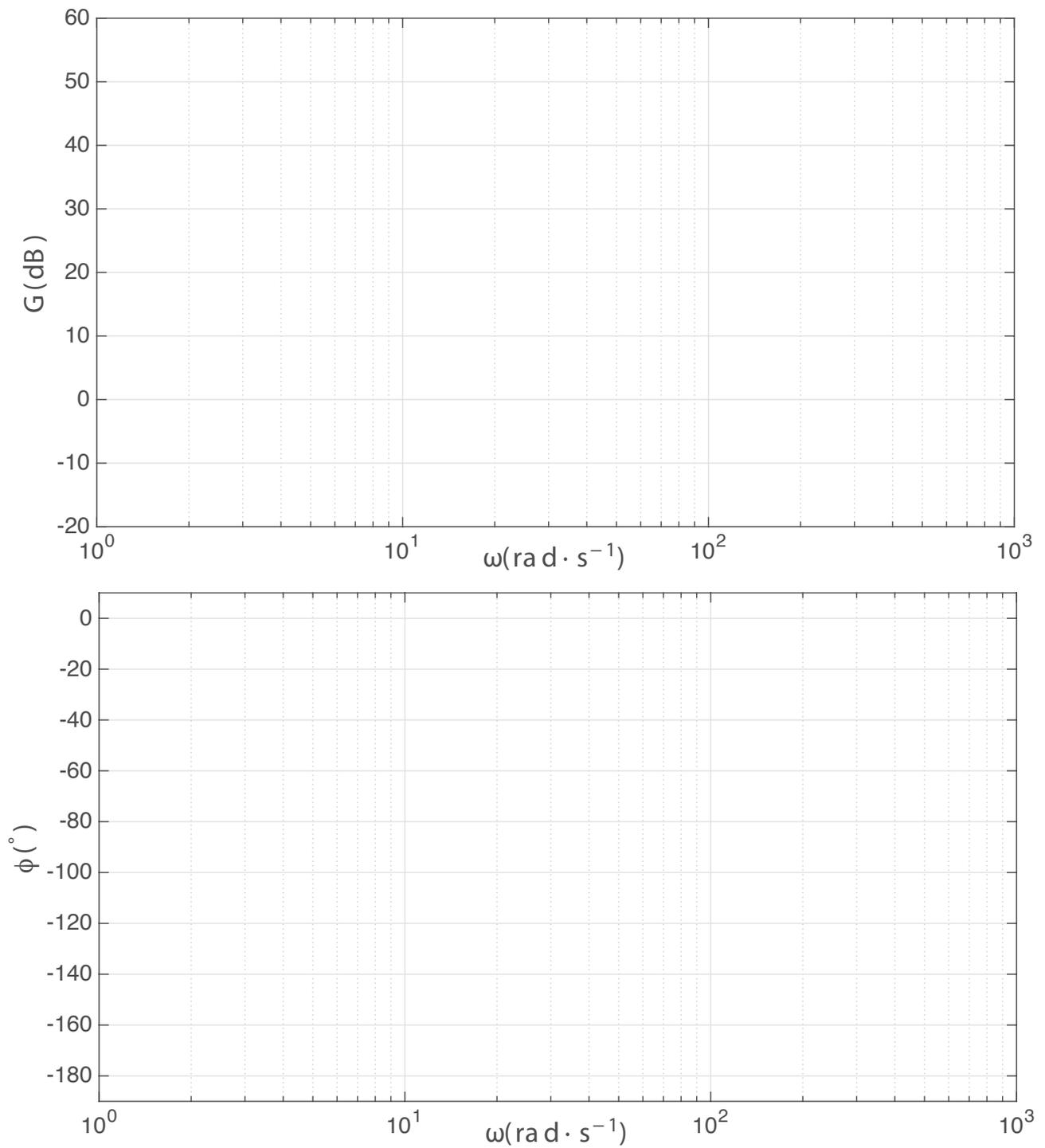
**Q 12 :** Les figures 7 a, b, c, d représentent, avec  $f_v$  constant, l'évolution de la position de la bille  $\theta(^{\circ})$  en fonction du temps  $t(\text{s})$  pour différentes valeurs de pulsation  $\omega_m$ . A partir de ces courbes et des résultats précédents, déterminer la valeur du coefficient d'amortissement  $\xi$ .

**Q 13 :** Exprimer alors le coefficient de viscosité  $\eta$  du sang correspondant en fonction de  $r$ .

**Q 14 :** A partir de ces analyses, en justifiant votre réponse, donner l'allure de la courbe  $\theta$  en fonction de  $t$  obtenue à la pulsation  $\omega_0$  lorsque la viscosité du sang varie au fur et à mesure de la coagulation (si l'on suppose que  $f_v$  augmente avec la coagulation).

(a)  $\omega_m = 1$  et  $5 \text{ rad/s}$ (B)  $\omega_m = 20 \text{ rad/s}$ (c)  $\omega_m = 21,82 \text{ rad/s}$ (d)  $\omega_m = 24 \text{ rad/s}$ FIGURE 7 –  $\theta(^{\circ})$  en fonction de  $t(s)$ 

### 3 Tracé du diagramme de Bode asymptotique

FIGURE 8 – Document réponse : diagramme de Bode pour  $H(p)$