

Semaine n° 32 : du 8 juin au 12 juin

Lundi 8 juin

- **Cours à préparer : Chapitre XXX - Fonctions de deux variables réelles**
 - *Partie 1* : Boule ouverte, boule fermée, sphère du plan ; partie ouverte du plan ; représentation d'une fonction réelle de deux variables réelles ; continuité.
 - *Partie 2.1* : Dérivées partielles.
 - *Partie 2.2* : Fonctions de classe $\mathcal{C}^1$; développement limité à l'ordre 1 ; plan tangent ; gradient.
- **Exercices à rendre en fin de TD - (liste non exhaustive)**
 - **Feuille d'exercices n° 29** : exercices 1, 2, 4, 7, 9, 10, 11.

Mardi 9 juin

- **Cours à préparer : Chapitre XXX - Fonctions de deux variables réelles**
 - *Partie 2.3* : Dérivée selon un vecteur.
 - *Partie 2.4* : Règle de la chaîne ; ligne de niveau ; composition.
 - *Partie 2.5* : Extremum global, extremum local ; point critique ; recherche d'extrema.
- **Exercices à corriger en classe**
 - **Feuille d'exercices n° 29** : exercices 3, 5, 15.

Jeudi 11 juin

- Devoir surveillé.

Vendredi 12 juin

- **Exercices à corriger en classe**
 - **Feuille d'exercices n° 29** : exercices 17, 12, 13, 14, 16.

Échauffements

Mardi 9 juin

- *Cocher toutes les phrases correctes* : Soit u un isomorphisme entre deux espaces vectoriels réels E et F (de même dimension $n \geq 1$). Soit $\mathcal{B}$ une base de E . Combien y a-t-il de bases $\mathcal{B}'$ de F telles que la matrice de u relativement à $\mathcal{B}$ et $\mathcal{B}'$ soit la matrice identité ?

- ☐ aucune sauf si $u = \text{Id}$
- ☐ une seule
- ☐ 2^n
- ☐ toutes les bases conviennent

- *Cocher toutes les phrases correctes* : Soit $\sum u_n$ une série à termes positifs. Quelle condition est suffisante pour garantir que cette série converge ?

- ☐ $nu_n = O(1)$
- ☐ $nu_n^2 = O(1)$
- ☐ $n\sqrt{u_n} = O(1)$
- ☐ $ne^{u_n} = O(1)$

- *Cocher toutes les phrases correctes* :

- ☐ $(A, B) \mapsto \text{tr}(AB^\top)$ est un produit scalaire sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.
- ☐ Soit $S \in \mathcal{S}_n(\mathbb{R})$, $(X, Y) \mapsto X^\top SY$ est un produit scalaire sur $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$.
- ☐ $(X, Y) \mapsto XY^\top$ est un produit scalaire sur $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$.

Vendredi 12 juin

- Soit $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction convexe, que l'on suppose dérivable en un point $x \in \mathbb{R}$. Montrer que pour tout $h > 0$, on a

$$\frac{g(x) - g(x-h)}{h} \leq g'(x) \leq \frac{g(x+h) - g(x)}{h}.$$

- *Cocher toutes les phrases correctes* : Soit E un espace euclidien, F et G deux sous-espaces vectoriels de E .

- ☐ Toute famille orthogonale de E est libre.
- ☐ E admet une base orthonormée.
- ☐ L'orthogonal de E est $\emptyset$.
- ☐ F admet un supplémentaire orthogonal.
- ☐ $F^\perp$ est un sous-espace vectoriel de E , et $\dim F^\perp = \dim E - \dim F$.
- ☐ $F \subset G$ si et seulement si $F^\perp \subset G^\perp$.

- *Cocher toutes les phrases correctes* : Soit E un espace euclidien, soit $x, y, z \in E$.

- ☐ La norme associée à un produit scalaire est linéaire.
- ☐ Un produit scalaire sur E est une forme linéaire sur E^2 symétrique définie positive.
- ☐ Si x et y sont de même norme, alors $x + y$ et $x - y$ sont orthogonaux.
- ☐ $\|x + y\|^2 + \|-x + y\|^2 = 2\|y\|^2 - \|x\|^2$.
- ☐ x et y sont orthogonaux si et seulement si $\|x + y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2$.
- ☐ La famille (x, y, z) est orthogonale si et seulement si $\|x + y + z\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2 + \|z\|^2$.
- ☐ Il y a égalité dans l'inégalité de Cauchy-Schwarz pour x et y si et seulement s'il existe $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que $x = \lambda y$.

- *Cocher toutes les phrases correctes* :

- ☐ Pour toute base de $\mathbb{R}^n$, il existe un produit scalaire la rendant orthonormée.
- ☐ Pour tout produit scalaire, $\mathbb{R}_n[X]$ admet une base orthonormée échelonnée en degré.
- ☐ Soit a un réel. $(P, Q) \mapsto \sum_{k=0}^n P^{(k)}(a)Q^{(k)}(a)$ est un produit scalaire sur $\mathbb{R}_n[X]$, et la base canonique est orthogonale pour ce produit scalaire.