Semaine n° 32 : du 2 juin au 6 juin

Lundi 2 juin

- **Cours à préparer : Chapitre XXIX - Espaces euclidiens et préhilbertiens réels**
  - *Partie 2.3 :* Sous-espaces orthogonaux ; orthogonal d'une partie, d'un sous-espace vectoriel ; orthogonal d'un sous-espace de dimension finie.
  - *Fin du corollaire 2.2.11 :* Théorème de la base orthonormale incomplète.
  - *Partie 2.5 :* Symétries et projecteurs orthonogonaux ; expression d'un projecteur orthogonal dans une base orthonormale.
- **Exercices à rendre en fin de TD** - *(liste non exhaustive)*
  - **Feuille d'exercices n° 28 :** exercices 5, 11, 14, 19, 18 et les autres.

Mardi 3 juin

- **Cours à préparer : Chapitre XXIX - Espaces euclidiens et préhilbertiens réels**
  - *Théorème 2.2.9 :* Procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.
  - *Partie 2.4 :* Formes linéaires et hyperplan d'un espace euclidien ; vecteur normal à un hyperplan d'un espace euclidien.
  - *Partie 2.5 :* Distance à une partie non vide d'un espace préhilbertien ; distance à un sous-espace de dimension finie.
  - *Partie 2.6 :* Distance à un hyperplan d'un espace euclidien.
- **Exercices à corriger en classe**
  - **Feuille d'exercices n° 29 :** exercices 1, 2, 4.

Mercredi 4 juin

- **Cours à préparer : Chapitre XXX - Fonctions de deux variables réelles**
  - *Partie 1 :* Boule ouverte, boule fermée, sphère du plan ; partie ouverte du plan ; représentation d'une fonction réelle de deux variables réelles ; continuité.
- **Exercices à corriger en classe**
  - **Feuille d'exercices n° 29 :** exercices 7, 8, 9.

Jeudi 5 juin

- **Cours à préparer : Chapitre XXX - Fonctions de deux variables réelles**
  - *Partie 2.1 :* Dérivées partielles.
  - *Partie 2.2 :* Fonctions de classe $\mathcal{C}^1$; développement limité à l'ordre 1 ; plan tangent ; gradient.
- **Exercices à corriger en classe**
  - **Feuille d'exercices n° 29 :** exercices 3, 5, 6.

Échauffements

Mardi 3 juin

- *Cocher toutes les phrases correctes :* Soit a_1, ..., a_n des réels.
  ☐ $(f,g) \mapsto \int_0^1 f(t)g(t)dt$ est un produit scalaire sur $\mathcal{C}^0([-1,1],\mathbb{R})$.
  ☐ $(f,g) \mapsto \int_0^1 f(t)g(t)dt$ est un produit scalaire sur $\mathcal{C}_m^0(]0,1[,\mathbb{R})$.
  ☐ $(f,g) \mapsto \int_0^1 f(t)g(t)dt$ est un produit scalaire sur $\mathbb{R}[X]$.
  ☐ Si $a_0 < a_1 < .. < a_n$, $(P,Q) \mapsto \sum_{k=1}^{n} P(a_k)Q(a_k)$ est un produit scalaire sur $\mathbb{R}_n[X]$.
  ☐ Si $a_0 < a_1 < .. < a_n$, $(P,Q) \mapsto \sum_{k=0}^{n} P(a_k)Q(a_k)$ est un produit scalaire sur $\mathbb{R}[X]$.
- *Cocher toutes les phrases correctes :*
  Lesquelles de ces séries sont convergentes ?

  ☐ $\displaystyle\sum_{n\geqslant 2} \frac{(-1)^n \ln(n)}{n}$
  ☐ $\displaystyle\sum_{n\geqslant 2} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}+(-1)^n}$
  ☐ $\displaystyle\sum_{n\geqslant 1} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$
  ☐ $\displaystyle\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n \frac{\sin(n)}{n}$
  ☐ $\displaystyle\sum_{n\geqslant 0} \frac{n^5}{4^n}$
  ☐ $\displaystyle\sum_{n\geqslant 1} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln\left(1+\frac{1}{n^2}\right)$

Mercredi 4 juin

- *Cocher toutes les phrases correctes :* Soit $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$, $x \mapsto x^2$.

  ☐ $\forall x \in \mathbb{R}_+$, f est croissante
  ☐ $f(x)$ est croisante
  ☐ $\forall x \in \mathbb{R}_+$, $f(x)$ est croissante
  ☐ f est croissante
  ☐ f est croissante sur $\mathbb{R}_+$.
- *Cocher toutes les phrases correctes :* Soit E un espace euclidien, soit $x, y, z \in E$.
  ☐ La norme associée à un produit scalaire est linéaire.
  ☐ Un produit scalaire sur E est une forme linéaire sur E^2 symétrique définie positive.
  ☐ Si x et y sont de même norme, alors $x+y$ et $x-y$ sont orthogonaux.
  ☐ $\|x+y\|^2 + \|-x+y\|^2 = 2\|y\|^2 - \|x\|^2$.
  ☐ x et y sont orthogonaux si et seulement si $\|x+y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2$.
  ☐ La famille (x,y,z) est orthogonale si et seulement si $\|x+y+z\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2 + \|z\|^2$.
  ☐ Il y a égalité dans l'inégalité de Cauchy-Schwarz pour x et y si et seulement s'il existe $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que $x = \lambda y$.

Jeudi 5 juin

- *Cocher toutes les phrases correctes :* Soit A, B deux matrices carrées de taille n à coefficients entiers et telles que $AB = I_n$. Alors $\det A$ prend ses valeurs dans

  ☐ $\{-1,1\}$ ☐ $\{-1,0,1\}$ ☐ $\mathbf{Z}^*$ ☐ $\mathbf{Q}^*$

- *Cocher toutes les phrases correctes :* Soit $\sum u_n$ une série à termes positifs. Quelle condition est suffisante pour garantir que cette série converge ?

  ☐ $nu_n = \mathrm{O}(1)$
  ☐ $n\sqrt{u_n} = \mathrm{O}(1)$
  ☐ $nu_n^2 = \mathrm{O}(1)$
  ☐ $n\mathrm{e}^{u_n} = \mathrm{O}(1)$