Semaine n° 28 : du 5 mai au 9 mai

Lundi 5 mai

- **Cours à préparer : Chapitre XXVII - Déterminants**
  — *Partie 2 :* Application n-linéaire ; forme n-linéaire ; aapplication n-linéaire symétrique, anti-symétrique ; application n-linéaire alternée.
- **Exercices à corriger en classe**
  — **Feuille d'exercices n° 26 :** exercice 8.
- **Exercices à rendre en fin de TD** - *(liste non exhaustive)*
  — **Feuille d'exercices n° 26 :** exercices 3, 4, 6, 7, 16, 20.

Mardi 6 mai

- **Cours à préparer : Chapitre XXV - Probabilités sur un univers fini**
  — *Partie 3 :* Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base ; formule de changement de base ; caractérisation des bases par le déterminant ; interprétation géométrique dans le plan, dans l'espace.

Vendredi 9 mai

- **Cours à préparer : Chapitre XXVII - Déterminants**
  — *Partie 4 :* Déterminant d'un endomorphisme ; propriétés.
  — *Partie 5 :* Déterminant d'une matrice carrée ; lien avec le déterminant d'un endomorphisme, avec le déterminant d'une famille de vecteurs dans une base ; propriétés ; cas des matrices triangulaires, des matrices triangulaires par blocs ; calcul du déterminant par opérations élémentaires ; développement par rapport à une ligne ou une colonne ; comatrice ; déterminant de Vandermonde.
- **Exercices à corriger en classe**
  — **Feuille d'exercices n° 26 :** exercice 21.

Échauffements

Mardi 6 mai

- Soient (u_n) et (v_n) les suites déterminées par $u_0 = 1$, $v_0 = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = 3u_n + 2v_n$ et $v_{n+1} = 2u_n + 3v_n$.
  1. Montrer que la suite $(u_n - v_n)$ est constante.
  2. Prouver que (u_n) est une suite arithmético-géométrique.
  3. Exprimer les termes généraux des suites (u_n) et (v_n).
- Soit $f \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ dont la matrice dans la base canonique est :
$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$
  1. Déterminer $\operatorname{Ker} f$ et $\operatorname{Im} f$ et démontrer que ces deux espaces sont supplémentaires dans $\mathbb{R}^3$.
  2. En déduire une base de $\mathbb{R}^3$ réunion d'une base de $\operatorname{Ker} f$ et d'une base de $\operatorname{Im} f$.
  3. Écrire la matrice de f dans cette base puis écrire f comme la composée de deux endomorphismes usuels.
- *Cocher toutes les assertions vraies :* On considère le système d'équations, d'inconnue $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ et de paramètre un réel m :
$$(\mathtt{S}) \left\{ \begin{array}{rcl} x - y - z & = & 1 \\ -x + 2y - mz & = & -3 \\ 2x - y + (m-1)z & = & 2m + 2. \end{array} \right.$$
  ☐ $(\mathtt{S}) \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{rcl} x - y - z & = & 1 \\ y - (m+1)z & = & -2 \\ (m+1)z & = & m + 1. \end{array} \right.$
  ☐ Pour tout réel m, $(\mathtt{S})$ admet une infinité de solutions.
  ☐ Si $m = -1$, $(\mathtt{S})$ n'admet pas de solution.
  ☐ Si $m \neq -1$, $(\mathtt{S})$ admet une unique solution.

Vendredi 9 mai

- Soit $s \in \mathcal{S}_7$, $s = (1 \quad 4) \circ (1 \quad 2 \quad 4) \circ (4 \quad 5) \circ (1 \quad 4)$.
  Décomposer s en produit de transpositions, en produit de cycles de supports disjoints, donner la signature de s
- *Cocher toutes les phrases correctes :* Soit $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{K})$.
  ☐ A est inversible si et seulement si elle n'a aucun 0 sur sa diagonale.
  ☐ Si A est triangulaire, elle est inversible si et seulement si elle n'a aucun 0 sur sa diagonale.
  ☐ Si A est diagonale, elle est inversible si et seulement si elle n'a aucun 0 sur sa diagonale.
- *Cocher toutes les phrases correctes :* Soit A une matrice de rang r.
  ☐ A admet r vecteurs colonnes linéairement indépendants.
  ☐ A admet r vecteurs lignes linéairement indépendants.
  ☐ Toute famille contenant r vecteurs colonnes de A est libre.
  ☐ Toute famille contenant r vecteurs lignes de A est libre.