Semaine n° 27 : du 14 avril au 18 avril

Lundi 14 avril

- **Cours à préparer : Chapitre XXVI - Matrices et applications linéaires**
  - *Partie 2.3 :* Caractérisation des isomorphismes par leur matrice dans un couple de bases, matrice de la réciproque d'un isomorphisme ; caractérisation des bases par leur matrice dans une base.
  - *Partie 2.4 :* Matrice de passage ; formules de changement de bases.
- **Exercices à rendre en fin de TD** - *(liste non exhaustive)*
  - **Feuille d'exercices nº 25 :** exercices 11, 12, 13, 14, 15, 18.

Mardi 15 avril

- **Cours à préparer : Chapitre XXV - Probabilités sur un univers fini**
  - *Partie 3 :* Matrices triangulaires supérieures, triangulaires inférieures ; matrices diagonales ; matrices symétriques, matrices antisymétriques.
  - *Partie 4 :* Rang d'une matrice ; liens entre les différentes notions de rangs ; caractérisation de l'inversibilité d'une matrice carrée par son rang.
- **Exercices à corriger en classe**
  - **Feuille d'exercices nº 26 :** exercices 1, 5.

Jeudi 17 avril

- **Cours à préparer : Chapitre XXVI - Matrices et applications linéaires**
  - *Partie 4 :* Matrices équivalentes ; théorème de réduction ; invariance par multiplication par une matrice inversible, invariance par transposition ; invariance par opérations élémentaires, algorithme du pivot de Gauss.
  - *Partie 5 :* Systèmes linéaires.
  - *Partie 6 :* Changement de base pour un endomorphisme ; matrices semblables ; trace d'une matrice carrée, invariance de la trace par similitude ; trace d'un endomorphisme en dimension finie ; trace d'un projecteur.
- **Exercices à corriger en classe**
  - **Feuille d'exercices nº 26 :** exercices 12, 13.

Vendredi 18 avril

- **Cours à préparer : Chapitre XXVII - Déterminants**
  - *Partie 1 :* Permutations ; groupe symétrique ; orbite d'une permutation ; permutation circulaire ; cycle, support d'un cycle, longueur d'un cycle ; transposition ; décomposition d'une permutation en produit de cycles de supports disjonts ; décomposition d'une permutation en produit de transpositions ; inversions, signature d'une transposition ; groupe alterné d'ordre n.

Échauffements

Mardi 15 avril

- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit X une variable aléatoire à valeurs dans $\{0, 1, 2\}$ et de loi donnée par

$$\mathbb{P}(X = 0) = \mathbb{P}(X = 2) = a \quad \text{et} \quad \mathbb{P}(X = 1) = 1 - 2a$$

où a est une constante réelle.

Quelles valeurs la constante a a-t-elle le droit de prendre ?

☐ Toutes les valeurs de $]0, 1[$ car $\mathbb{P}(X = 0) + \mathbb{P}(X = 1) + \mathbb{P}(X = 2) = 1$.
☐ Seulement la valeur $a = 1/4$.
☐ Toutes les valeurs de $]0, 1/2[$.
☐ Une autre réponse que les précédentes.

Que valent l'espérance et la variance de X ?

☐ $\mathbb{E}(X) = 1$ et $\text{Var}(X) = 1 + 2a$.
☐ $\mathbb{E}(X) = 2a$ et $\text{Var}(X) = 4a^2$.
☐ $\mathbb{E}(X) = 1$ et $\text{Var}(X) = 2a$.

On pose $Y = 4 - 2X$. *Sans déterminer la loi de* Y, peut-on calculer l'espérance et l'écart-type de Y ?

☐ Oui, ils valent respectivement 2 et $\sqrt{8a}$.
☐ Oui, ils valent respectivement 2 et $\sqrt{4(1 - a)}$.
☐ Oui, ils valent respectivement $4(1 - a)$ et $4a$.
☐ Oui, mais aucune des propositions précédentes n'est correcte.
☐ Non, il nous faut nécessairement la loi pour calculer ces caractéristiques de Y.

Jeudi 17 avril

- Soit X une variable aléatoire réelle suivant une loi binomiale de paramètres $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in]0, 1[$.

  On considère la variable aléatoire $Y = \dfrac{1}{1 + X}$. Calculer $E(Y)$.
- On considère un couple aléatoire (X, Y) dont la loi est décrite dans le tableau :

X Y	0	1	2	3
1	0,1	0,2	0,1	0,1
2	0,1	0	0	0,1
3	0,1	0	0,2	0

1. Vérifier que le tableau définit bien une loi.
2. Déterminer les lois marginales. Les variables X et Y sont-elles indépendantes ?
3. Calculer l'espérance et la variance de X.
4. Soient $i \in [\![1, 3]\!]$ et $j \in [\![0, 3]\!]$. Donner sous forme de deux tableaux la loi conditionnelle de Y sachant $(X = i)$ et la loi conditionnelle de X sachant $(Y = j)$.
5. Soit $U = X \times Y$ et $V = \min(X, Y)$. Déterminer la loi de U, la loi de V et la loi conjointe de U et V.

Vendredi 18 avril

- Soient A et B deux événements indépendants d'un univers probabilisé fini tels que

$$P(A) = \frac{1}{2}, \text{ et } P(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

  Calculer $P_A(\overline{B})$.
- Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{C}_4[X]$ défini par : $f : P \mapsto P(1 - X)$ et soit A sa matrice dans la base canonique. Montrer que A est inversible et déterminer A^{-1}.