Semaine n° 22 : du 10 mars au 14 mars

Lundi 10 mars

- **Cours à préparer : Chapitre XXI - Familles de vecteurs et espaces vectoriels de dimension finie**
  — *Partie 3.2 :* Existence d'un supplémentaire en dimension finie.
  — *Partie 3.3 :* Formule de Grassmann ; caractérisations des sous-espaces supplémentaires en dimension finie ; dimension des supplémentaires d'un sous-espace.
- **Exercices à rendre en fin de TD** - *(liste non exhaustive)*
  — **Feuille d'exercices n° 20 :** exercices 11, 12, 26, 27, 30, 32, 31.

Mardi 11 mars

- **Cours à préparer : Chapitre XXII - Intégration**
  — *Partie 1 :* Continuité uniforme ; théorème de Heine.
  — *Partie 2.1 :* Fonction en escalier sur un segment ; intégrale d'une fonction en escalier sur un segment ; propriétés.
  — *Partie 2.2 :* Fonction continue par morceaux sur un segment ; intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment ; propriétés.

Jeudi 13 mars

- **Cours à préparer : Chapitre XXII - Intégration**
  — *Partie 2.3 :* Généralisation au cas où $b \leqslant a$.
  — *Partie 3 :* Notion de primitive ; théorème fondamental du calcul différentiel.
- **Exercices à corriger en classe**
  — **Feuille d'exercices n° 21 :** exercices 5, 6.

Vendredi 14 mars

- **Cours à préparer : Chapitre XXII - Intégration**
  — *Partie 5 :* Formule de Taylor avec reste intégral ; inégalité de Taylor-Lagrange.
  — *Partie 6 :* Extension au cas des fonctions à valeurs complexes.

Échauffements

Mardi 11 mars

- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit f la fonction définie sur $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ par $\forall t \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, $f(t) = \frac{\cos(t)}{\sin(t)}$. On pose $\forall t \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, $g(t) = f(t) - \dfrac{1}{t}$.
  ☐ Comme $\cos(t) \underset{t\to 0}{\sim} 1$ et $\sin(t) \underset{t\to 0}{\sim} t$, alors $f(t) \underset{t\to 0}{\sim} \frac{1}{t}$.
  ☐ Comme $f(t) \underset{t\to 0}{\sim} \frac{1}{t}$, alors $f(t) - \dfrac{1}{t} \underset{t\to 0}{\sim} \frac{1}{t} - \frac{1}{t}$.
  ☐ Comme $\cos(t) \underset{t\to 0}{\sim} 1 - t$ et $\sin(t) \underset{t\to 0}{\sim} t$, alors $f(t) - \frac{1}{t} \underset{t\to 0}{\sim} -1$.
  ☐ g est dérivable sur $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ et g admet une limite en 0 et g' admet une limite en 0, alors g est dérivable en 0.
- Calculer le développement limité de $f : x \mapsto \displaystyle\int_{x^3}^{x^2} \frac{dt}{\sqrt{t^4 + t^2 + 1}}$ à l'ordre 13 au voisinage de 0.

Jeudi 13 mars

- Calculer $\displaystyle\int^x (1+t)\mathrm{e}^{-t}\,\mathrm{d}t$.
- Calculer l'intégrale

$$I = \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \frac{\cos t}{1 + 2\sin t + 2\sin^2 t}\,\mathrm{dt}$$

- *Cocher toutes les assertions vraies :* Dans $\mathbb{R}_3[X]$, l'ensemble des polynômes à coefficients réels de degré ≤ 3, on considère les polynômes $P_1 = X^3 + 1, P_2 = P_1'$ (la dérivée de P_1) et $P_3 = P_1''$ (la dérivée seconde de P_1).
  ☐ Le rang de la famille (P_1, P_3) est 3.
  ☐ (P_1, P_2, P_3) est une famille génératrice de $\mathbb{R}_3[X]$.
  ☐ (P_1, P_2, P_3) est une famille libre de $\mathbb{R}_3[X]$.
  ☐ Le rang de la famille (P_1, P_2, P_3) est 3.

Vendredi 14 mars

- *Cocher toutes les assertions vraies :* Dans $\mathbb{R}_3[X]$, l'espace des polynômes à coefficients réels de degré ≤ 3, on considère les deux sous-espaces vectoriels :

$$E = \{P \in \mathbb{R}_3[X]\,;\ P(0) = P(1) = 0\} \quad \text{et} \quad F = \{P \in \mathbb{R}_3[X]\,;\ P'(0) = P''(0) = 0\},$$

  où P' (resp. P'') est la dérivée première (resp. seconde) de P.

  ☐ $\dim E = 3$.
  ☐ $\dim F = 1$.
  ☐ $E + F = \mathbb{R}_3[X]$.
  ☐ E et F sont supplémentaires dans $\mathbb{R}_3[X]$.