Semaine n° 21 : du 17 février au 21 février

Lundi 17 février

- **Cours à préparer : Chapitre XXI - Familles de vecteurs et espaces vectoriels de dimension finie**
  — *Partie 1.1 :* Famille génératrice d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel.
  — *Partie 1.2 :* Famille libre, famille liée. Famille échelonnée de $\mathbb{K}^n$.
  — *Partie 1.3 :* Base d'un espace vectoriel ; famille des coordonnées d'un vecteur dans une base.
- **Exercices à rendre en fin de TD** - *(liste non exhaustive)*
  — **Feuille d'exercices n° 19 :** exercices 1, 3, (8).
  — **Feuille d'exercices n° 20 :** exercices 4, 5, 8, 11, 25.

Mardi 18 février

- **Cours à préparer : Chapitre XXI - Familles de vecteurs et espaces vectoriels de dimension finie**
  — *Partie 1.4 :* Bases canoniques des espaces vectoriels de référence.
  — *Parties 2.1 à 2.3 :* Notion d'espace vectoriel de dimension finie. Existence de bases d'un espace vectoriel de dimension finie ; théorème de la base incomplète, de la base extraite.
- **Exercices à corriger en classe**
  — **Feuille d'exercices n° 20 :** exercice 29.

Jeudi 20 février

- **Cours à préparer : Chapitre XXI - Familles de vecteurs et espaces vectoriels de dimension finie**
  — *Parties 2.4 et 2.5 :* Dimension d'un espace vectoriel de dimension finie ; caractérisation des bases ; dimension d'un produit cartésien d'espaces de dimension finie.
  — *Partie 3.1 :* Dimension d'un sous-espace vectoriel ; rang d'une famille de vecteurs.
  — *Partie 3.2 :* Existence d'un supplémentaire en dimension finie.
- **Exercices à corriger en classe**
  — **Feuille d'exercices n° 20 :** exercices 6, 9.

Vendredi 21 février

- **Cours à préparer : Chapitre XXI - Familles de vecteurs et espaces vectoriels de dimension finie**
  — *Partie 3.3 :* Formule de Grassmann ; caractérisations des sous-espaces supplémentaires en dimension finie ; dimension des supplémentaires d'un sous-espace.
- **Exercices à corriger en classe**
  — **Feuille d'exercices n° 20 :** exercice 1.

Échauffements

Mardi 18 février

- *Cocher toutes les assertions vraies :*

  ☐ $\dfrac{t\ln(t)}{(1+t^2)^{\frac{3}{2}}} \underset{t\to 0}{\sim} \dfrac{-2t}{3}$

  ☐ $\dfrac{t\ln(t)}{(1+t^2)^{\frac{3}{2}}} \underset{t\to +\infty}{\sim} \dfrac{\ln(t)}{t^2}$

  ☐ $\mathrm{e}^{-2t}\sqrt{1+x^2\mathrm{e}^{2t}} \underset{t\to +\infty}{\sim} \mathrm{e}^{-2t}$

  ☐ $\dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} \underset{x\to 0}{\sim} \dfrac{x}{2}$

- *Cocher toutes les assertions vraies :* Les développements limités suivant sont corrects :

  ☐ $\sin(x) \underset{x\to 0}{=} x - \frac{x^3}{6} + o\left(x^3\right)$.

  ☐ $\ln(n+1) = n - \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{3} + o\left(n^3\right)$.

  ☐ $\dfrac{1}{1+u} = 1 + u + u^2 + u^3 + u^4 + \underset{u\to 1}{o}(u^4)$.

  ☐ $\mathrm{e}^{-x^2} \underset{x\to 0}{=} 1 - x^2 + \frac{x^4}{2} - \frac{x^6}{6} + o(x^6)$.

Jeudi 20 février

- Soit $E = \mathbb{R}^4$. On pose $u_1 = (1,5,1,1)$, et $u_2 = (1,-4,0,-1)$ et $G = \mathrm{Vect}(u_1, u_2)$.
  Déterminer un système d'équations cartésiennes de G.
- *Cocher toutes les assertions vraies :*

  ☐ $\ln\left(1-\dfrac{1}{n}\right) = -\dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{2n^2} - \dfrac{1}{3n^3} + \underset{n\to +\infty}{o}\left(\dfrac{1}{n^3}\right)$.

  ☐ $\cos(x) \underset{x\to \frac{\pi}{2}}{\sim} \frac{\pi}{2} - x$.

  ☐ $\mathrm{e}^{-\dfrac{1}{n}} = 1 + \dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{2n^2} + \dfrac{1}{3n^3} + \underset{n\to +\infty}{o}\left(\dfrac{1}{n^3}\right)$.

  ☐ $\sqrt{1-\dfrac{1}{n}} = 1 - \dfrac{1}{2n} - \dfrac{1}{8n^2} + \underset{n\to +\infty}{o}\left(\dfrac{1}{n^2}\right)$.
- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ et $a \in \mathbb{R}$.

  ☐ f est continue en a si et seulement si f admet un DL en a à l'ordre 0 ;

  ☐ f est de classe $\mathscr{C}^0$ en a si et seulement si f admet un DL en a à l'ordre 0 ;

  ☐ f est dérivable en a si et seulement si f admet un DL en a à l'ordre 1 ;

  ☐ f est de classe $\mathscr{C}^1$ en a si et seulement si f admet un DL en a à l'ordre 1 ;

  ☐ f est deux fois dérivable en a si et seulement si f admet un DL en a à l'ordre 2.

Vendredi 21 février

- *Cocher toutes les assertions vraies :*

  ☐ $n\sum_{k=1}^{n}\dfrac{1}{k} \underset{n\to +\infty}{=} n\ln(n) + \gamma n + o(n)$ si et seulement si $\lim\limits_{n\to +\infty} \sum_{k=1}^{n}\dfrac{1}{k} - \ln(n) - \gamma = 0$.

  ☐ Pour tout entier k, $\dbinom{n}{k} \underset{n\to +\infty}{\sim} \dfrac{n^k}{k!}$ car $\lim\limits_{n\to +\infty}\dbinom{n}{k}\dfrac{k!}{n^k} = 1$.

  ☐ Pour tout entier k, $\left(1-\frac{k}{n}\right)^n \underset{n\to +\infty}{\sim} 1$, car $\lim\limits_{n\to +\infty} 1 - \frac{k}{n} = 1$.

  ☐ $\ln\left(1-\dfrac{1}{n}\right) \underset{n\to +\infty}{=} -\dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{2n^2} + o\left(\frac{1}{n^2}\right)$
- *Cocher toutes les assertions vraies :*

  ☐ $\{1\}$ est une base de $\mathbb{C}$ comme $\mathbb{R}$-espace vectoriel.

  ☐ $\{i\}$ est une base de $\mathbb{C}$ comme $\mathbb{C}$-espace vectoriel.

  ☐ $\{i, 1+i\}$ est une base de $\mathbb{C}$ comme $\mathbb{R}$-espace vectoriel.

  ☐ 1 et i sont $\mathbb{C}$ linéairement indépendants.