Semaine n° 20 : du 10 février au 14 février

Lundi 10 février

- **Cours à préparer : Chapitre XX - Analyse asymptotique**
  - *Partie 1 :* Comparaison asymptotique de suites : notations de Landau ; propriétés des o, des O, des $\sim$; équivalents classiques ; formule de Stirling.
  - *Partie 2 :* Comparaison asymptotique de fonctions ; propriétés des o, des O des $\sim$
- **Exercices à rendre en fin de TD** - *(liste non exhaustive)*
  - **Feuille d'exercices n° 18 :** exercices 1, 2, 4, 8.
  - **Feuille d'exercices n° 19 :** exercices 1, 3, 4, 7.

Mardi 11 février

- **Cours à préparer : Chapitre XX - Analyse asymptotique**
  - *Partie 3.1 :* Fonction admettant un développement limité au voisinage d'un point ; unicité du développement limité ; caractérisation de la continuité en un point, de la dérivabilité en un point.
  - *Partie 3.2 :* Opérations sur les développements limités : somme, produit.
- **Exercices à corriger en classe**
  - **Feuille d'exercices n° 19 :** exercice 6.

Jeudi 13 février

- **Cours à préparer : Chapitre XX - Analyse asymptotique**
  - *Partie 3.2 :* Opérations sur les développements limités : composition ; application au quotient.
  - *Partie 3.3 :* Développement limité d'une primitive.
  - *Partie 3.4 :* Formule de Taylor-Young.
- **Exercices à corriger en classe**
  - **Feuille d'exercices n° 19 :** exercices 5, 8, 9.

Vendredi 14 février

- **Cours à préparer : Chapitre XX - Analyse asymptotique**
  - *Partie 3.5 :* Application des développements limités à l'étude locale d'une fonction : allure d'une courbe au voisinage d'un point, prolongement par continuité d'une fonction en un point ; développements asymptotiques et étude des branches ininies.
  - *Partie 4 :* Comparaison de séries à termes réels positifs.

Échauffements

Mardi 11 février

- Soit $f : x \mapsto \arccos(1-x^4)$.
  Déterminer l'ensemble de définition I de f, étudier la continuité et la dérivabilité de f. En déduire les valeurs de n pour lesquelles f est de classe $\mathcal{C}^n$ sur I, et démontrer que f est de classe $\mathcal{C}^\infty$ sur $\mathring{I}$.
- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2\,;\ \mathrm{e}^{\,x} - \mathrm{e}^{\,y} = 0\}$, muni des opérations usuelles.
  ☐ $E = \{(0,0)\}$.
  ☐ $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2\,;\ x = y \geq 0\}$.
  ☐ $E = \{(x,x)\,;\ x \in \mathbb{R}\}$.
  ☐ E est un espace vectoriel.
- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit $E = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\,;\ f$ est croissante sur $\mathbb{R}\}$.
  ☐ La fonction nulle appartient à E.
  ☐ E est stable par addition.
  ☐ E est stable par multiplication par un scalaire.
  ☐ E est un espace vectoriel.

Jeudi 13 février

- Dans $\mathbb{R}[X]$, $6X^3 - 15X^2 - 10X + 2$ est-il combinaison linéaire de $3X^3 - 5X^2 - 4$ et $X^2 + 2X - 2$?
- On pose $E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + y - z = 0\}$, $u = (1,-1,1)$ et $v = (3,1,7)$.
  Montrer que E est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$ puis que $\mathrm{Vect}(u,v) \subset E$. A-t-on égalité ?
- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit $E = \left\{ f : [0,1] \to \mathbb{R}\,;\ f \text{ est continue sur } [0,1] \text{ et } \displaystyle\int_0^1 f(t)\ \mathrm{d}t = 0 \right\}$.
  ☐ La fonction nulle appartient à E.
  ☐ E est stable par addition.
  ☐ E n'est pas stable par multiplication par un scalaire.
  ☐ E est un espace vectoriel.

Vendredi 14 février

- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit $E = \mathbb{R}^4$. On pose $u_1 = (1,1,0,0)$, $u_2 = (1,1,1,0)$, $u_3 = (1,1,1,1)$ et $G = \mathrm{Vect}(u_1,u_2,u_3)$.
  Déterminer une équation cartésienne de G.
- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2\,;\ x - y \geq 0\}$, muni des opérations usuelles. Quelles sont les assertions vraies ?
  ☐ E est non vide.
  ☐ E est stable par addition.
  ☐ E est stable par multiplication par un scalaire.
  ☐ E est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$.
- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soient f et g deux fonctions définies et continues sur $\mathbb{R}_+$.
  ☐ Si $f(x) \underset{x\to+\infty}{\sim} g(x)$, alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - g(x) = 0$.
  ☐ Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - g(x) = 0$, alors $f(x) \underset{x\to+\infty}{\sim} g(x)$
  ☐ Si $f(x) \underset{x\to+\infty}{\sim} g(x)$ et f admet une limite en $+\infty$, alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.
  ☐ Si $f(x) \underset{x\to+\infty}{\sim} g(x)$, alors $\big(f(x)\big)^2 \underset{x\to+\infty}{\sim} \big(g(x)\big)^2$.