Semaine n° 13 : du 9 décembre au 13 décembre

Lundi 9 décembre

- **Cours à préparer : Chapitre XIII - Groupes, anneaux, corps**
  — *Partie 1 :* Loi de composition interne ; loi de composition interne associative, commutative, distributive par rapport à une autre ; élément neutre à droite, neutre à gauche, neutre ; élément inversible à droite, inversible à gauche, inversible. Unicité de l'élément neutre sous réserve d'existence. Dans le cas d'une lci associative, unicité de l'inverse d'un élément inversible, inverse d'un produit, puissance négative, inverse d'un inverse. Partie stable par une lci.
  — *Partie 2.1 :* Structure de groupe. Groupe des permutations d'un ensemble non vide.
- **Exercices à rendre en fin de TD** - *(liste non exhaustive)*
  — **Feuille d'exercices n° 12 :** exercices 14, 15, 16, 11, 12, 13.

Mardi 10 décembre

- **Cours à préparer : Chapitre XIII - Groupes, anneaux, corps**
  — *Partie 2.2 :* Sous-groupe. Caractérisation des sous-groupes.
  — *Partie 2.3 :* Morphisme de groupes, endomorphisme, isomorphisme, automorphisme. Propriétées. Composée de deux morphismes de groupes ; réciproque d'un isomorphisme. Image d'un sous-groupe par un morphisme de groupes, tiré en arrière d'un sous-groupe par un morphisme de groupe. Noyau et image d'un morphisme de groupes ; caractérisation de l'injectivité par le noyau, de la surjectivité par l'image.

Jeudi 12 décembre

- **Cours à préparer : Chapitre XIII - Groupes, anneaux, corps**
  — *Partie 3.1 :* Structure d'anneau. Règles de calcul, formule du binôme de Newton. Groupe des inversibles d'un anneau. Anneau nul. Diviseur de 0 ; anneau intègre.
  — *Partie 3.2 :* Sous-anneau.
  — *Partie 3.3 :* Morphismes d'anneaux.
  — *Partie 3.4 :* Structure de corps.
- **Exercices à corriger en classe**
  — **Feuille d'exercices n° 13 :** exercices 2 et 3.

Vendredi 13 décembre

- **Cours à préparer : Chapitre XIV - Limite d'une fonction**
  — *Partie 1 :* Propriété vraie au voisinage d'un point, au voisinage de $+\infty$, de $-\infty$. Intérieur d'un intervalle, adhérence d'un intervalle.
  — *Partie 2.1 :* Fonction admettant une limite finie ou infinie en un point, en $+\infty$, en $-\infty$. Unicité de la limite sous réserve d'existence. Fonction définie en un point a admettant une limite en a.
  — *Partie 2.2 :* Fonction admettant une limite à gauche, une limite à droite en un point a.

Échauffements

Mardi 10 décembre

- Déterminer la limite des suites définies par
  — $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$.
  — $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $v_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$.
  — $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $w_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}$.
  — $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $x_n = \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n$.
  — $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $y_n = n^{\frac{2}{n}}$.
- *Cocher toutes les assertions vraies :*
  Soit $(u_n)_{n\geqslant 0}$ une suite réelle croissante. On pose $v_n = u_n + \frac{1}{n}$. Les suites $(u_n)_{n\geqslant 0}$ et $(v_n)_{n\geqslant 0}$ sont adjacentes

  ☐ lorsque $(u_n)_{n\geqslant 0}$ converge
  ☐ lorsque $u_{n+1} - u_n \geqslant \frac{1}{n(n+1)}$ pour tout n
  ☐ lorsque $u_{n+1} - u_n \leqslant \frac{1}{n(n+1)}$ pour tout n
  ☐ lorsque $(u_n)_{n\geqslant 0}$ est majorée

Jeudi 12 décembre

- Calculer $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{\frac{1-t}{1+t}}\,\mathrm{d}t$.

  Indication : Peut-on effectuer le changement de variable $u = \sqrt{\dfrac{1-t}{1+t}}$?
- Soit la suite définie par $u_0 \in \mathbb{R}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{u_n^2 + 3}{4}$. Déterminer le comportement de (u_n) en fonction de u_0.
- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit $A \subset \mathbb{R}$ et $f : A \to \mathbb{R}$. Soit $D \subset A$.
  ☐ Si pour tout $x \in D$ on a $f(x) \in D$, alors f est stable par D.
  ☐ Si $f(D) \subset D$, alors D est stable par f.
  ☐ D est stable par f si et seulement si pour tout $u_0 \in D$, la suite définie par « pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$ » est bien définie.
  ☐ Si D est stable par f, f a un point fixe dans D.

Vendredi 13 décembre

- Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Résoudre l'équation $z^{2n} + \sqrt{2}z^n + 1 = 0$ d'inconnue $z \in \mathbb{C}$.
- *Cocher toutes les assertions vraies :*
  Soit $(u_n)_{n\geqslant 1}$ définie par son premier terme $u_1 > 0$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = u_n + \frac{1}{u_n}$. Alors on peut montrer par récurrence sur n que

  ☐ u_n est rationnel
  ☐ $u_n \leqslant u_{n+1}$
  ☐ $u_n > 0$
  ☐ $u_n \leqslant n u_1$