

## Semaine n° 10 : du 18 novembre au 22 novembre

### Lundi 18 novembre

- **Cours à préparer : Chapitre X - Relations d'ordre et d'équivalence**
  - *Partie 6.3* : Partie entière ; partie dense de  $\mathbb{R}$ , densité de  $\mathbb{Q}$  et de  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  dans  $\mathbb{R}$  ; valeur approchée, approximations décimales d'un réel.
  - *Partie 6.4* : Intervalles de  $\mathbb{R}$  ; caractérisation des intervalles.
- **Cours à préparer : Chapitre XI - Entiers relatifs et arithmétique de  $\mathbb{Z}$** 
  - *Partie 1* : Divisibilité ; relation de congruence modulo  $n$  ; division euclidienne.
- **Exercices à corriger en classe**
  - Feuille d'exercices n° 10 : exercice 6.
- **Exercices à rendre en fin de TD - (liste non exhaustive)**
  - Feuille d'exercices n° 10 : exercices 1, 3, 4, 5, 6.

### Mardi 19 novembre

- **Cours à préparer : Chapitre XI - Entiers relatifs et arithmétique de  $\mathbb{Z}$** 
  - *Partie 2.1* : PGCD de deux entiers ; algorithme d'Euclide ; relations de Bézout.
- **Exercices à corriger en classe**
  - Feuille d'exercices n° 10 : exercices 7 et 8.

### Jeudi 21 novembre

- **Cours à préparer : Chapitre XI - Entiers relatifs et arithmétique de  $\mathbb{Z}$** 
  - *Partie 2.2* : PGCD d'une famille finie d'entiers.
  - *Partie 2.3* : Nombres premiers entre eux ; théorème de Bézout ; lemme de Gauss.
  - *Partie 2.4* : PPCM de deux entiers relatifs.
- **Exercices à corriger en classe**
  - Feuille d'exercices n° 10 : exercices 10 et 11.

### Vendredi 22 novembre

- **Cours à préparer : Chapitre XI - Entiers relatifs et arithmétique de  $\mathbb{Z}$** 
  - *Partie 3* : Nombres premiers ; décomposition en produit de nombres premiers ; valuation  $p$ -adique, propriétés ; petit théorème de Fermat.

# Échauffements

## Mardi 19 novembre

- Calculer l'intégrale

$$I = \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \frac{\cos t}{1 + 2 \sin t + 2 \sin^2 t} dt$$

- *Cocher toutes les assertions vraies* : Soit  $E, F$  deux ensembles, et  $f : E \rightarrow F$ . Soit  $A \subset E$  et  $B \subset F$ . Alors, pour tout élément  $x$ ,
  - $x \in f(A)$  ssi il existe  $y \in A$  tel que  $y = f^{-1}(x)$  ;
  - $x \in f^{-1}(B)$  ssi il existe  $y \in F$  tel que  $x = f^{-1}(y)$  ;
  - $x \in f^{-1}(B)$  ssi il existe  $y \in F$  tel que  $f(x) = y$  ;
  - $x \in f^{-1}(B)$  ssi  $f(x) \in B$  ;
  - $x \in f(B)$  ssi il existe  $y \in B$  tel que  $f(y) = x$ .

## Jeudi 21 novembre

- Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ , calculer  $S = \sum_{k=1}^n \frac{1}{2^k} \cos\left(\frac{k\pi}{3}\right)$
- *Cocher toutes les assertions vraies* :
  - Tout ensemble de  $\mathbb{N}$  admet un minimum.
  - Tout ensemble non vide de  $\mathbb{N}$  admet un minimum.
  - Tout ensemble non vide de  $\mathbb{N}$  admet un maximum.
  - Tout ensemble non vide de  $\mathbb{Z}$  admet un minimum.
  - Tout ensemble non vide et minoré de  $\mathbb{Z}$  admet un minimum.
  - Tout ensemble non vide et majoré de  $\mathbb{Z}$  admet un maximum.

## Vendredi 22 novembre

- *Cocher toutes les assertions vraies* :  
Soit  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $A = \begin{pmatrix} a & 1 & b \\ 0 & a & 2 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$  et  $N = A - aI$ , où  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
  - $N^k = 0$ , pour tout entier  $k \geq 3$ .
  - On ne peut pas appliquer la formule du binôme pour le calcul de  $A^n$ .
  - Pour tout entier  $n \geq 2$ ,  $A^n = a^n I + na^{n-1}N + \frac{n(n-1)}{2}a^{n-2}N^2$ .
  - Pour tout entier  $n \geq 2$ ,  $A^n = \begin{pmatrix} a^n & na^{n-1} & na^{n-1}b + n(n-1)a^{n-2} \\ 0 & a^n & 2na^{n-1} \\ 0 & 0 & a^n \end{pmatrix}$ .
- *Cocher toutes les assertions vraies* : Soit  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}^*$ . Alors :
  - s'il existe  $u$  et  $v$  entiers tels que  $au + bv = 4$  alors  $\text{pgcd}(a, b) = 4$ .
  - si  $7a - 9b = 1$  alors  $a$  et  $b$  sont premiers entre eux.
  - si  $a$  divise  $b$  et  $b$  divise  $c$  et  $c$  divise  $a$ , alors  $|a| = |b|$ .
  - «  $a$  et  $b$  premiers entre eux » équivaut à «  $\text{ppcm}(a, b) = |ab|$  ».
  - si  $a$  divise  $c$  et  $b$  divise  $d$ , alors  $ab$  divise  $cd$ .
  - si  $9$  divise  $ab$  et si  $9$  ne divise pas  $a$ , alors  $9$  divise  $b$ .
  - si  $a$  divise  $b$  ou  $a$  divise  $c$ , alors  $a$  divise  $bc$ .
  - «  $a$  divise  $b$  » équivaut à «  $\text{ppcm}(a, b) = |b|$  ».
  - si  $a$  divise  $b$ , alors  $a$  n'est pas premier avec  $b$ .
  - si  $a$  n'est pas premier avec  $b$ , alors  $a$  divise  $b$  ou  $b$  divise  $a$ .