Devoir surveillé n°7

Barème

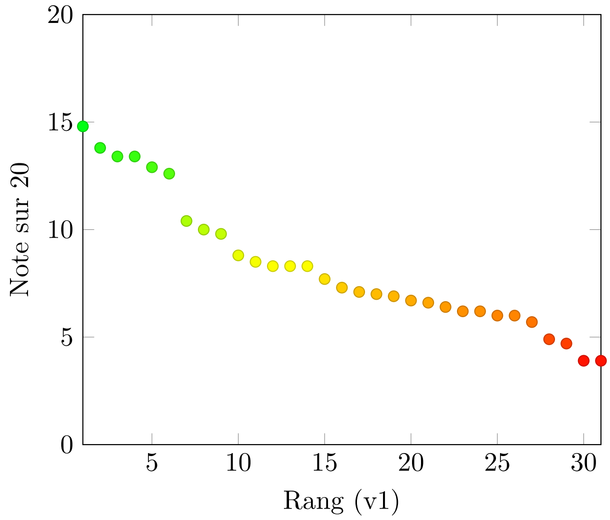
Calculs : 15 questions sur 2 points, total sur 30 , ramené sur 5 points
Problème : 31 ou 34 questions sur 4 points, total sur 124 (v1) ou 136 (v2), ramené sur 15 points

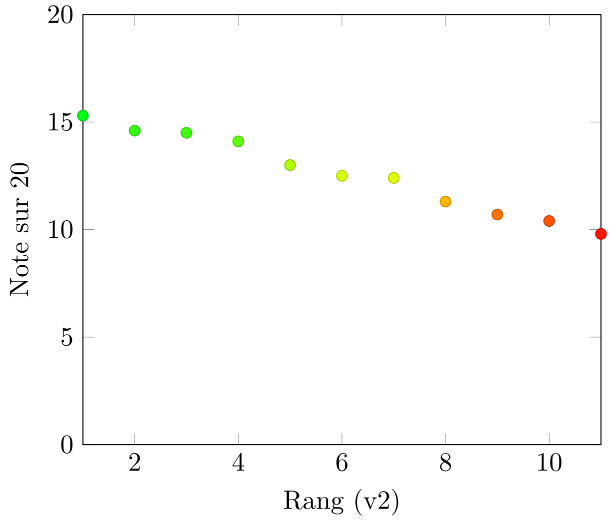
Soit $\varphi : x \mapsto \frac{1}{10}\lfloor 10x \rfloor$, c le nombre de points obtenus sur la fiche de calculs et p le nombre de points obtenus sur les exercices, la note sur 20 est le réel $n = \min\left\{\varphi\left(\frac{5c}{28} + \frac{15p}{\alpha}\right), 20\right\}$ avec $\alpha = 78$ (v1) ou 78 (v2)

Statistiques

	Calculs	Problème (v1)	Problème (v2)	*Précision (v1)*	*Précision (v2)*
Minimum	6	9	36	*32%*	*45%*
Q1	12	22	42	*42%*	*61%*
Médiane	14	26	49	*47%*	*67%*
Q3	17	37	56	*59%*	*74%*
Maximum	22	63	63	*77%*	*87%*
Moyenne	14.1	31.1	49.1	*50.5%*	*67.5%*

Répartition des notes





Remarques générales

— Au prochain devoir, les remarques du type « x non déf. » dans la marge seront accompagnées d'une mention « -1 », et feront donc l'objet d'un malus d'un point pour chaque question où une telle remarque apparaît.
— Idem pour les erreurs du type « $\cancel{f(x)}$ est croissante/continue/dérivable ».

Version 1

Exercice 1

— **Question 1.** Il s'agit d'un exercice de cours du chapitre 17... Cette question a pourtant été traitée correctement par moins d'un tiers des étudiants. Ce n'est pas normal !

— **Question 2c.** J'ai pu lire de nombreuses fois : « (u_n) est décroissante et ~~minorée par~~ $\cancel{\frac{1}{n}}$, donc converge ». Cela n'a aucun sens ! Un minorant est une ☠ **CONSTANTE** ☠.
Dans d'autres copies, j'ai trouvé « $\frac{1}{n} \xrightarrow[n\to+\infty]{} 0$ ~~donc~~ (u_n) est minorée par 0 ». Ce raisonnement est faux ! La suite $(w_n) = \left(\frac{-1}{2n}\right)$ vérifie : pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $-\frac{1}{n} \leq w_n \leq 1$, et $-\frac{1}{n} \xrightarrow[n\to+\infty]{} 0$, pourtant (w_n) n'est pas minorée par 0.

— **Question 4b.** Dire « la fonction f_k est au dessus de l'axe des abscisses » n'a pas de sens : c'est sa *courbe* qui l'est (et pas sur $\mathbb{R}$, juste sur $[k, k+1]$) ! Il suffit de dire que f_k est positive sur $[k, k+1]$, l'interprétation géométrique de l'intégrale comme aire n'a aucune importance ici.

— **Question 6.** Étudier g_1 s'est révélé insurmontable pour certains. Il faut dire que les calculs sont rarement bien menés...

Pourquoi dériver $x \mapsto -\dfrac{1}{2x^2}$ comme un inverse, alors qu'il s'agit de $x \mapsto -\dfrac{x^{-2}}{2}$?

Pourquoi développer $\dfrac{1}{(x+1)^2}$ en $\dfrac{1}{x^2+2x+1}$? ou $\dfrac{1}{x(x+1)}$ en $\dfrac{1}{x^2+x}$?

Pourquoi factoriser $\dfrac{1}{(x+1)^2} - \dfrac{1}{x(x+1)} + \dfrac{1}{x^3}$ en $\dfrac{x^4(x+1) - x^3(x+1)^2 + x(x+1)^3}{x^4(x+1)^3}$?

En procédant ainsi, vous mettez toutes les chances de votre côté pour rater le calcul.

— **Question 8.** Si vous n'avez pas répondu à la question 6, vous ne pouvez pas affirmer que g_1 est négative et que g_2 est positive. Il est facile de voir que c'est équivalent à l'inégalité demandée : une telle affirmation passera immédiatement pour une escroquerie...

— **Question 10.** Un encadrement d'un terme de la suite (même de « grand indice ») n'est pas un encadrement de la limite.

Versions 1 et 2

Exercice 2

Il était nécessaire de savoir ce qu'était une fonction périodique pour traiter cet exercice. Il s'agit néanmoins d'un attendu tout à fait raisonnable à ce stade de l'année...

— **Question 1.** Vous démontrez que $\mathcal{P}_T$ est un **sous-espace vectoriel** de E : il faut l'indiquer explicitement ! Si vous vous contentez d'écrire que $\mathcal{P}_T$ contient la fonction nulle et est stable par combinaison linéaire donc est un espace-vectoriel, vous n'aurez pas tous les points !

Par ailleurs, lorsque vous démontrez que pour tous $f, g \in \mathcal{P}_T$, pour tout $\lambda \in \mathbb{R}$, $f + \lambda g \in \mathcal{P}_T$, n'évcrivez pas que « $\mathcal{P}_T$ est stable par combinaison linéaire » : ce n'est pas ce que vous avez démontré.

— **Question 2.** $\left\{\mathcal{P}_T \mid T \in \mathbb{R}_+^*\right\}$ est un ensemble d'ensembles, alors que $\mathcal{P}$ est un ensemble de fonctions : ces deux ensembles ne peuvent pas être égaux !

— **Question 3.** Ayez un peu de jugeotte... Vous devez montrer dans la question 3a qu'une certaine fonction f appartient à $\mathrm{Vect}(\mathcal{P})$, puis on vous demande dans la question 3c si f appartient à $\mathcal{P}$ *puis* si $\mathcal{P}$ a une structure d'espace vectoriel. Si f appartenait à $\mathcal{P}$, on ne pourrait rien en déduire sur la structure de $\mathcal{P}$; vous pouvez donc être quasiment certain que f n'est pas périodique, ce qui permet d'affirmer que $\mathrm{Vect}(\mathcal{P}) \neq \mathcal{P}$, et donc que $\mathcal{P}$ n'a pas une structure d'espace vectoriel.

— **Question 3a.** Il est inquiétant de lire « $f(x+2\pi) = \cos(x+2\pi) + \cos(2\pi x + \cancel{2\pi})$ »...

Si $g : x \mapsto \cos(2\pi x)$ alors pour tout réel x, $g(x+2\pi) = \cos(2\pi(x+2\pi))$... Les parenthèses ne sont pas des objets purement décoratifs ! Cette fonction n'est bien évidemment pas 2π-périodique...

J'ai rencontré des horreurs du type « $\cos(2\pi T) = \cos(T)$ », ou « comme cos est 2π-périodique, $\cos(2\pi T) = \cos(0)$ »... Vous devez vous efforcer de revenir aux **définitions** (et donc, les connaître). cos est 2π-périodique signifie que $\forall x \in \mathbb{R}$, $\cos(x+2\pi) = \cos(x)$.

— **Question 4a.** Beaucoup de blabla, alors qu'on attend : « soit $f \in \mathcal{P}_n$. Montrons que $f \in \mathcal{P}_m$ ».

Pour la deuxième question, on attendait bien entendu un contre-exemple. Sinon, je ne mettais pas de points.

Version 2

Exercice 1

— **Question 1.** Les tableaux de signes étaient vrais sur J uniquement, pas sur I, et J n'est pas supposé être stable par f. Les hypothèses de récurrence du type « $x_{n+1} < x_n$ » ne fonctionnaient pas si l'on ne rajoute pas $x_n, x_{n+1} \in J$, vous ne pouviez pas affirmer que si $x_0 < a$ alors (x_n) était décroissante.

J pouvait ne pas être borné. Relisez l'énoncé, J est juste un intervalle : ce pourrait être $\mathbb{R}$.

— **Question 2.** Les théorèmes sur les suites récurrentes sont très (très) mal maîtrisés. Vous oubliez de citer la continuité de f en la limite éventuelle de (x_n) pour obtenir que cette limite est un point fixe ; très peu se sont souciés du fait que cette limite pouvait ne pas appartenir à J.

Il fallait remarquer que la définition de point fixe stable demandait un intervalle J stable par f.

— **Question 5.** Il ne suffit pas de dire « tous les cas sont possibles »avec un peu de blabla autour : il faut donner des **exemples** !

— **Question 6a.** Pour les sous-suites (x_{2n}) et (x_{2n+1}), on pouvait uniquement dire qu'elles étaient de monotonie opposée, rien d'autre.

— **Question 9b.** Il ne suffisait pas de résoudre $h'(x) = 0$ et de trouver comme seule solution b, il fallait vérifier que b était bien défini et dans $\mathbb{R}^+$.

Répartition des points

Version 1

	Question	Non traité	Non encadré	0	1	2	3	4
ex1	1	9	0	12	1	1	1	7
	2a	0	0	0	3	1	0	27
	2b	5	0	0	10	4	0	12
	2c	1	0	18	2	3	1	6
	3	2	0	1	2	1	2	23
	4a	8	0	17	1	0	3	2
	4b	21	0	3	2	3	1	1
	4c	27	0	3	0	0	0	1
	5a	10	0	0	0	3	1	17
	5b	22	0	5	1	0	1	2
	6	2	0	8	16	3	0	2
	7	8	0	1	0	1	1	20
	8	14	0	3	3	7	1	3
	9a	21	0	4	6	0	0	0
	9b	30	0	0	1	0	0	0
	9c	27	0	1	0	3	0	0
	9d	31	0	0	0	0	0	0
	10	22	0	6	2	1	0	0
ex2	1	6	1	0	2	3	3	16
	2	9	0	13	1	3	0	5
	3a	8	0	12	3	1	3	4
	3b-i	21	0	5	5	0	0	0
	3b-ii	23	0	2	4	2	0	0
	3b-iii	18	0	6	2	1	3	1
	3c	22	0	3	2	0	0	4
	4a	19	0	1	1	8	1	1
	4b	27	0	0	0	0	0	4
	4c	28	0	0	1	0	1	1
	5a	20	0	0	8	0	3	0
	5b-i	17	0	0	0	0	4	10
	5b-ii	18	0	2	4	5	1	1

Version 2

	Question	Non traité	Non encadré	0	1	2	3	4
ex1	1	1	0	8	1	1	0	0
	2	3	0	4	3	1	0	0
	3	9	0	2	0	0	0	0
	4	10	0	0	1	0	0	0
	5	10	0	1	0	0	0	0
	6a	0	0	0	1	6	2	2
	6b	2	0	0	0	0	1	8
	7a	8	0	1	2	0	0	0
	7b	7	0	1	2	0	1	0
	8a	0	0	0	0	0	0	11
	8b	0	0	0	1	0	1	9
	8c	1	0	0	1	1	2	6
	8d	6	0	2	1	0	0	2
	9a	4	0	3	0	1	0	3
	9b	7	0	0	0	0	4	0
	9c	9	0	2	0	0	0	0
	10	8	0	0	0	2	1	0
	11	11	0	0	0	0	0	0
	12a	11	0	0	0	0	0	0
	12b	11	0	0	0	0	0	0
	12c	11	0	0	0	0	0	0
ex2	1	0	0	0	0	0	0	11
	2	0	0	0	0	1	0	10
	3a	0	0	1	0	0	0	10
	3b-i	5	0	3	1	0	0	2
	3b-ii	5	0	1	2	1	1	1
	3b-iii	4	0	0	0	1	3	3
	3c	3	0	0	1	1	0	6
	4a	2	0	1	0	4	1	3
	4b	3	1	3	0	0	0	4
	4c	4	0	1	0	0	3	3
	5a	3	0	0	2	3	1	2
	5b-i	5	0	0	1	0	0	5
	5b-ii	9	0	0	0	0	1	1