Devoir surveillé n°3

Barème

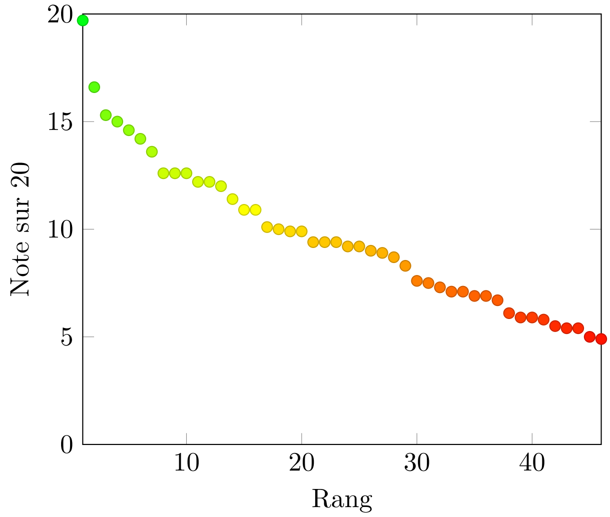
Calculs : 20 questions sur 2 points, total sur 40 , ramené sur 5 points
Problème : 28 questions sur 4 points, total sur 112, ramené sur 15 points

Soit $p = 30$, $\varphi : x \mapsto \frac{1}{10}\left\lfloor 10x\left(1+\frac{1-x}{20}\cdot\frac{p}{100}\right)\right\rfloor$, c le nombre de points obtenus sur la fiche de calculs et p le nombre de points obtenus sur les exercices, la note sur 20 est le réel $n = \min\left\{\varphi\left(\frac{5c}{25}+\frac{15p}{\alpha}\right), 20\right\}$ avec $\alpha = 70$

Statistiques

	Calculs	Problème	*Précision*
Minimum	5	7	*14%*
Q1	10	18	*29%*
Médiane	12	26	*39%*
Q3	15	33	*51%*
Maximum	20	73	*95%*
Moyenne	12.6	26.9	*41.0%*

Répartition des notes



Remarques générales

— **Vous devez définir et quantifier toutes les variables que vous utilisez**.
— Certains peinent encore à distinguer f et $f(x)$, et plus globalement à identifier la nature des objets. Prenez l'habitude de vous interroger sur ce point, cela vous permettra d'éviter des erreurs grossières par la suite.

Exercice 1

— J'ai souvent trouvé l'écriture « $\cancel{f^{\leftarrow} f(A)}$ »au lieu de $f^{\leftarrow}(f(A))$. Cette écriture n'a aucun sens, et la notation correcte se trouvait dans l'énoncé.
— **Question 1.** Question élémentaire déjà traitée en classe. Il suffisait de connaître les définitions et d'utiliser les méthodes de rédaction que nous avions vues et revues.
J'ai parfois lu : « Soit $x \in A$ alors $\cancel{f^{\leftarrow}(f(x))} \in f^{\leftarrow}(f(A))$ ». $\cancel{f^{\leftarrow}(f(x))}$ n'a aucun sens, $f(x)$ est un élément de F, pas une partie de F.
— **Question 2.** Il n'était pas raisonnable de vouloir démontrer que pour toute partie A de E, $f^{\leftarrow}(f(A)) = \cancel{A}$...
Si c'était le cas, l'ensemble $\mathcal{S}$ aurait contenu toutes les parties de E, et l'introduire n'aurait aucun intérêt.
Prenons par exemple une application $f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ constante égale à 1, alors $f([0,1]) = \{1\}$, et $f^{\leftarrow}(f([0,1])) = f^{\leftrightarrow}(\{1\}) = \mathbb{R}$.

- **Question 3.** Il est inutile de traiter des cas très particuliers si vous ne traitez pas le cas général. Par exemple, vous devez montrer ici que si $X, Y \in \mathcal{S}$ alors $X \cap Y \in \mathcal{S}$; si vous ne traitez que les cas $X \subset Y$ et $Y \subset X$, cela ne vous rapportera aucun point.
- **Question 5.** Erreur fréquente : « $Y \setminus X \subset Y$ et $Y \in \mathcal{S}$ ~~donc~~ $Y \setminus X \in \mathcal{S}$ ». Par exemple, si $E = F = \mathbb{R}$ et si $f : x \mapsto x^2$, alors $f^{\leftarrow}(f([-1,1])) = f^{\leftarrow}([0,1]) = [-1,1]$ donc $[-1,1] \in \mathcal{S}$, et $[0,1] \subset [-1,1]$ mais $f^{\leftarrow}(f([0,1])) = f^{\leftarrow}([0,1]) = [-1,1]$ donc $[0,1] \notin \mathcal{S}$.

Exercice 2

- **Question 2.** Il ne suffit pas d'expliquer que $\operatorname{th}(0) = 0$, vous devez dire que $\operatorname{th}(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Par ailleurs, le fait que th soit impaire ne suffit pas à justifier qu'elle ne s'annule qu'en 0 : la fonction sin est impaire, et pourtant, elle s'annule en une infinité de points.
- **Question 3a.** N'oubliez pas de justifier la dérivabilité de z avant de calculer sa dérivée.
- **Question 3b.** Toute considération calculatoire ou technique mise à part, il faut répondre à la question qui est posée ! Si vous traitez cette question, la réponse doit s'achever par une **phrase**, par exemple « l'ensemble des solutions de $(\mathcal{F})$ sur $\mathbb{R}_+^*$ est ... », ou « Les solutions de $(\mathcal{F})$ sur $\mathbb{R}_+^*$ sont les fonctions de la forme ... », ou « y est solution de $(\mathcal{F})$ sur $\mathbb{R}_+^*$ si et seulement s'il existe $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que ... ».
- **Question 3e.** Question très calculatoire mais abordable. On commence bien sûr par introduire a, b, a', b' et y (très rarement fait), et ensuite on dérive deux fois, on calcule le membre de gauche de l'équation différentielle, on trouve 0 et on obtient les points de la question. Les calculs doivent bien évidemment être explicités sur la copie, et les dérivées doivent être correctes : entraînez vous à calculer des dérivées, et présentez vos calculs de manière propre et aérée pour éviter les erreurs.

Exercice 2

- **Question 1.** « f est définie ssi $\overline{z} + 2 \neq 0$ »est doublement affreux : premièrement, « f est définie »n'a aucun sens. Et ensuite, une proposition ne dépendant pas de z ne peut pas être équivalente à une proposition dépendant de z.
  De plus, pour déterminer un domaine de définition, il faut déterminer une condition nécessaire **et suffisante**. Ici, dire que f n'est pas définie en -2 ne répond pas à la question : est-elle définie ailleurs ? Cela ne permetpas d'affirmer que f est définie sur $\mathbb{C} \setminus \{-2\}$.
  Enfin, il est dommage que certains continuent à passer par la forme algébrique de z pour résoudre $\overline{z} + 2 = 0$...
- **Question 2a.** Là encore, passer par l'écriture algébrique pour montrer que $|\overline{z} + 2| = |z + 2|$ est inutile. Par ailleurs, écrire « $|\overline{z}| = |z|$ donc $|\overline{z} + 2| = |z + 2|$ »est très maladroit et révèle un manque de compréhension de l'usage des quantificateurs et des variables. Il faudrait rédiger ainsi : « Pour tout $u \in \mathbb{C}$, $|\overline{u}| = |u|$, donc $|\overline{z} + 2| = |\overline{z + 2}| = |z + 2|$ ».
- **Question 2b.** On vous demande une expression explicite, écrire $\{z \in \mathbb{C} \mid |z + 1| = |z + 2|\}$ ne suffit pas.
- **Question 5.** Il n'est pas utile d'écrire z sous forme algébrique pour résoudre l'équation. En revanche, il n'est pas *interdit* d'utiliser la forme algébrique pour résoudre l'équation. Le plus important, c'est de réussir à répondre à la question d'une manière mathématiquement correcte. Si votre réponse est peu efficace, mais correcte, je bougonnerai un peu en corrigeant votre copie, mais le pire que vous ayez à craindre, c'est une petite remarque dans la marge.
- **Question 9b.** Avant de dériver φ, on justifie qu'elle est dérivable.