# Devoir surveillé n°2

## Barème

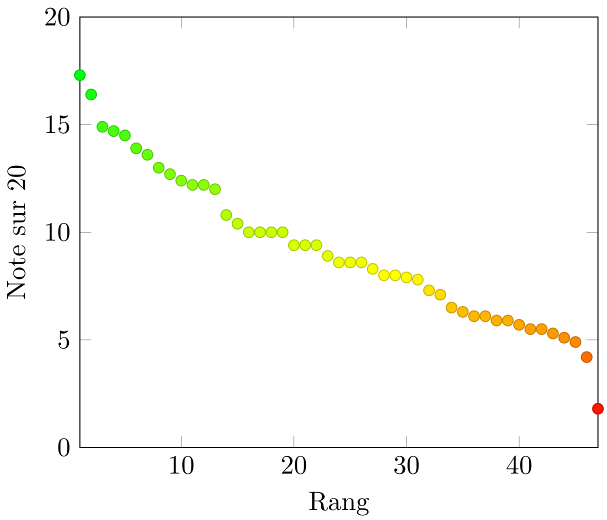
**Calculs :** 20 questions sur 2 points, total sur 40 , ramené sur 5 points
**Problème :** 29 questions sur 4 points, total sur 116, ramené sur 15 points

Soit $\varphi : x \mapsto \dfrac{1}{10}\lfloor 10x \rfloor$, $c$ le nombre de points obtenus sur la fiche de calculs et $p$ le nombre de points obtenus sur les exercices, la note sur 20 est le réel $n = \min\left\{\varphi\left(\dfrac{5c}{25} + \dfrac{15p}{\alpha}\right), 20\right\}$ avec $\alpha = 73$

## Statistiques

| | Calculs | Problème | *Précision* |
|---|---|---|---|
| Minimum | 5 | 4 | *14%* |
| Q1 | 9 | 22 | *38%* |
| Médiane | 12 | 30 | *52%* |
| Q3 | 16 | 42 | *67%* |
| Maximum | 24 | 64 | *93%* |
| Moyenne | 12.7 | 32.5 | *51.6%* |

## Répartition des notes




## Remarques générales

— Il y a encore des résultats non encadrés. Prenez le réflexe de mettre en valeur vos résultats au fur et à mesure du devoir.
— Vous devez définir et quantifier toutes les variables que vous utilisez.
Plutôt que « Soit $z \in \mathbb{U}$ alors $z = e^{i\theta}$ ~~avec $\theta \in \mathbb{R}$~~ », écrivez : « Soit $z \in \mathbb{U}$ alors **il existe** $\theta \in \mathbb{R}$ tel que $z = e^{i\theta}$ ».
De même, n'écrivez pas « Soit $z \in \mathbb{C}$, ~~posons $z = a + ib$~~ » : une fois que vous avez écrit « Soit $z \in \mathbb{C}$ », $z$ a été défini, vous ne pouvez donc pas écrire « posons $z =$ ... » ! En plus, vous redéfinissez $z$ en fonction de deux objets $a$ et $b$ qui n'ont jamais été définis. Par ailleurs, il n'est alors indiqué nulle part que $a$ et $b$ sont réels.
Vous écrirez donc par exemple : « Soit $z \in \mathbb{C}$, soit $a, b \in \mathbb{R}$ tels que $z = a + ib$ », et cela uniquement après avoir bien réfléchi au fait qu'il était pertinent d'utiliser la forme algébrique (ce qui est rarement le cas).
— N'utilisez pas le symbole $\Leftrightarrow$ lorsqu'il faudrait écrire « donc ».
— De trop nombreux devoirs comportent des erreurs calculatoires grossières. Par exemple, ne pas être capable d'écrire sous forme d'un quotient une somme de deux quotients est rédhibitoire !

### Exercice 1

Beaucoup des questions posées ici étaient élémentaires, voire avaient été déjà traitées en TD. Par exemple, les questions **1a**, **1c**, **2a**, **3** et **5a** ne devaient poser *aucun* problème. Les questions **1b**, **2b** et **4b** n'étaient pas difficiles non plus, lorsqu'on les écrit correctement.

Beaucoup sabotent leur devoir en conduisant leurs calculs n'importe comment, ou en passant systématiquement sous forme algébrique, ce qui est rarement une bonne idée.

De plus, beaucoup se compliquent nettement leur rédaction en proposant des raisonnements par équivalence, alors que toutes les questions posées étaient déductives.

— **Question 1a.** Il suffisait de conjuguer $h(z)$, et d'utiliser $\overline{z} = \dfrac{1}{z}$.
Attention aux signes si vous utilisez la technique de l'angle moitié.
— **Question 1c.** La recherche des solutions de $h(z) = z$ se ramenait à une équation du second degré ; cette question aurait dû être bien plus souvent réussie.
— **Question 2a.** Il suffisait de voir que si $z \in \mathbb{R}$, $|z + i| = |z - i|$, ce qui est immédiat.
Certains écrivent : « si $z \in \mathbb{R}$, il existe $a \in \mathbb{R}$ tel que $z = a$ » (et rarement de manière aussi rigoureuse). Je ne vois pas l'intérêt : $a$ est *exactement* $z$.
— **Question 3.** Certains ont écrit « comme $z \in \mathbb{U}$, (il existe $\theta \in \mathbb{R}$ tel que) $z = \mathrm{e}^{i\theta}$ ». Ce n'est pas possible : la variable $\theta$ était déjà utilisée ! Les mêmes arrivaient ensuite au fait que $h(z) = 1$ pour n'importe quel élément $z \in \mathbb{U}$, ce qui paraît drôlement suspect...
D'ailleurs, quel était l'intérêt d'écrire $z$ sous forme trigonométrique ? Il s'agit de calculer le module d'un *quotient* !
— **Question 4a.** Beaucoup ne se rendent pas compte que la question contient deux parties : montrer que $h$ est une homographie, **et** montrer que cette fonction est définie sur $\mathbb{U}$ tout entier.
Par ailleurs, il y avait une condition à vérifier pour que $h$ soit une homographie. LISEZ L'ÉNONCÉ !
— **Question 5a.** Il s'agit d'un module au carré, vous ne devriez pas avoir besoin de passer par la forme algébrique.

## Exercice 2

— **Question 1.** On attend la réponse la plus précise possible, c'est-à-dire la monotonie stricte. Cet imprécision n'a pas été pénalisée dans ce devoir, mais le sera par la suite.
— **Question 5.** Beaucoup ont vu que par minoration, $H_{2^n} \xrightarrow[n\to+\infty]{} +\infty$, mais cela n'implique pas forcément que $H_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} +\infty$ (prendre par exemple la suite $u$ telle que pour tout entier $n$, $u_n = n$ si $n$ est pair, 0 sinon).
Je m'inquiète par ailleurs du nombre de copies ayant affirmé que la suite était convergente malgré le résultat de la question 4.
— **Question 6.** Certains essaient de raisonner par récurrence. Cela n'a aucun sens ici.
Par ailleurs, je ne comprends pas pourquoi un nombre non négligeable d'entre vous semble incapable d'écrire correctement $\dfrac{2p+1}{2q} + \dfrac{1}{n+1}$ sous la forme d'un seul quotient.
— **Question 7.** Le nombre de copies où $p$ se retrouve à être égal à $2k + 1$ alors que $k$ est un *autre* entier apparaissant dans l'énoncé de la question est alarmant.
— **Question 11.** Beaucoup d'erreurs de raisonnement ici : on vous demandait juste de trouver de tels $a$ et $b$. Il suffisait donc de les exhiber et de justifier qu'ils convenaient. Les raisonnements du type « $a(k+2)+b(k+1) = 1$ donc $a = 1$ et $b = -1$ » sont faux à $k$ fixé et étaient donc à justifier attentivement ; cela a été exceptionellement peu pénalisé dans ce devoir, mais il faudra rédiger correctement les prochaines fois.
Les valeurs de $a$ et de $b$ à fournir ne devaient bien évidemment pas dépendre de $k$.