Devoir surveillé n° 7 - Remarques

Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 30 points, ramené sur 5 points.
- Problèmes : chaque question sur 4 points et 4 points pour la présentation.

Statistiques descriptives.

	Calculs	v1	v2	Note finale v1	Note finale v2
Note maximale	$3,5$	63	92	$\approx 13,4$	$\approx 17,4$
Note minimale	$0,4$	25	11	$\approx 5,2$	$\approx 3,3$
Moyenne	$\approx 2,1$	≈ 41	$\approx 49,1$	$\approx 9,2$	$\approx 10,5$
Écart-type	$\approx 0,9$	≈ 11	$\approx 18,5$	$\approx 2,5$	$\approx 3,4$

Remarques générales.

- Certaines copies conteniennent encore des gribouillis et du blanco. Il ne faut plus le faire, barrer avec une règle ce qui est faux. Vous continuerez à perdre des points sur la présentation. Attention aussi à l'écriture, si le correcteur ne peut lire ce que vous avez écrit, c'est compté comme faux !
- À chaque fois que vous utilisez un théorème, justifiez que ses hypothèses sont assurées et donner les hypothèses minimales. Sinon, vous serez systématiquement sanctionnés.
- Certains n'introduisent toujours pas leurs variables. C'est inquiétant.
- Des points ont été perdus, si on a écrit u_n (resp. $f(x)$) est croissante au lieu de (u_n) (resp. f). De même, $f(x)$ est dérivable pour tout x est faux, c'est f qui est dérivable en tout point de son domaine de dérivabilité.
- Je ne veux plus lire : « $\cos x$ est 2π-périodique » ; ; « $f_n' = nx^{n-1}\ln(x) + x^{n-1}$ », « $(x^2)' = ...$ » mais cos est 2π périodique, pour tout $x \in \mathbb{D}$, $f_n'(x) = nx^{n-1}\ln(x) + x^{n-1}$; $\frac{dx^2}{dx} = 2x$.

Autour de la constante d'Euler. (V1)

1) C'est une question très classique, les inégalités montrées ici sont fondamentales et vous devez savoir les redémontrer facilement. Le faire par étude de fonction est fastidieux, mieux vaut le faire en appliquant l'IAF au logarithme.

2)c) Attention, $1/n$ n'est pas une constante donc n'est pas un minorant de la suite (u_n). Il fallait d'abord passer par $0 \leqslant 1/n$ et minorer (u_n) par 0. Effectuer un passage à la limite avant d'avoir prouver la convergence de la suite intervenant dans les inégalités est une faute à grave !

3) C'était un simple passage à la limite.

4)a) Que d'erreurs pour déterminer le signe de f_k.

6) L'objectif était de donner le signe de g_1 et g_2, il ne fallait pas s'arrêter aux tableaux de variations. Que de fautes de calcul dans les dérivées et la mise au même dénominateur n'est pas des plus efficaces !

8) Si vous n'avez pas répondu à la question précédente, vous ne pouvez pas affirmer que g_1 est négative et que g_2 est positive. Il est facile de voir que c'est équivalent à l'inégalité demandée : une telle affirmation passera immédiatement pour une escroquerie...

10) Un encadrement d'un terme de la suite (même de « grand » (ce qui ne veut rien dire) indice) n'est pas un encadrement de la limite.

I Points stables et instables (v2).

Les questions préliminaires étaient difficiles. Il y avait par contre un certain nombre de questions faciles dans la suite.

1) Il était impossible de faire une récurrence sans savoir si les x_n étaient dans J. De manière générale, dans ces premières questions, il fallait faire très attention à la stabilité ou non de J. Et se rendre compte que le tableau de signe donné n'était valable que sur J, pas ailleurs.
Vous vous êtes souvent focalisés sur l'aspect « il existe un $x_n \notin J$ », mais avez oublié la minimalité : on voulait un premier indice n tel que $x_n \notin J$.

2) Là aussi, l'énoncé a été mal lu : vous avez été attirés par $x_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} a$, et avez complétement passé sous silence l'aspect « intervalle stable », pourtant indispensable et exigé dans la définition. La monotonie de la suite a été plutôt bien observée et justifiée. En revanche il y a eu pas mal d'arnaques sur le fait que cette suite était bornée.
Les théorèmes sur les suites récurrentes sont très (très) mal maîtrisés. PERSONNE n'a cité la continuité de f en la limite éventuelle de (x_n) pour obtenir que cette limite est un point fixe. Très peu se sont souciés du fait que cette limite pouvait ne pas appartenir à J.

3) et 4) Vos utilisations du TAF ou de l'IAF ont été abominables. Presque tout le temps j'ai lu : $f'(a) > 1$ donc $\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} > 1$. C'est affreux ! Pour avoir $\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} > 1$ avec l'IAF, il faut avoir $f' > 1$ sur tout un intervalle contenant x et a. La valeur de f' en a ne suffit absolument pas. On vous donnait une hypothèse supplémentaire : $f \in \mathscr{C}^1(I)$, ça n'était pas pour décorer.

5) Donnez des exemples pour justifier.

6)a) L'unicité du point fixe n'a rien à voir avec l'injectivité de f (étudier la fonction $x \mapsto x + \sin(x)$ par exemple), mais avec l'injectivité de $x \mapsto f(x) - x$.
Pour les sous-suites (x_{2n}) et (x_{2n+1}), on pouvait juste dire qu'elles étaient de monotonie opposée, rien d'autre.

7)a) Des erreurs dans les manipulations d'inégalités : attention au signe si vous multipliez !

9)b) Il ne suffisait pas de vérifier $h'(x) = 0$ ssi $x = b$: il fallait justifier que ce point b était bien défini, et surtout qu'il était dans $\mathbb{R}_+$. Là encore, on vous donne l'hypothèse $a \leqslant \dfrac{1}{\mathrm{e}}$, mais vous ne l'utilisez pas : cela devrait vous mettre la puce à l'oreille.

10)11)12) Questions très peu abordées.

II. L'espace des fonctions périodiques (V1) et (V2).

1) La question était extrêmement simple, et il n'y avait pas grand chose à faire. Donc on attendait que la stabilité par combinaison soit détaillée.
Beaucoup ont voulu écrire $\mathscr{P}_T$ « avec des accolades » (ce qui était par ailleurs inutile). J'ai lu beaucoup d'erreurs, surtout concernant la quantification des x.
On peut écrire $\mathscr{P}_T = \{f \in E \ , \ \forall x \in \mathbb{R} \ , \ f(x+T) = f(x)\}$.

2) Attention ! $\{\mathscr{P}_T \ , \ T \in \mathbb{R}_+^*\}$. Mais ceci n'est pas un ensemble de réels, c'est un ensemble dont les éléments sont des ensembles : ce ne peut donc pas être la bonne réponse.

3)a) Pour beaucoup, une somme de fonctions périodiques est périodique. Lisez l'énoncé ! L'objectif de cette même question 3) est justement de montrer que ce n'est pas le cas. Confusion entre $\cos(x)$ et cos, c'est bien cos qui est un vecteur de $\mathscr{P}$, $\cos(x)$ est un nombre si on a introduit la variable réelle x sinon cela ne veut rien dire.

3)b)iii) Je suis stupéfait par le nombre de $\cos(2\pi T) = \cos(T)$ que j'ai pu lire.

4)a) Beaucoup de confusions et de blabla, peu de retour aux méthodes habituelles : « soit $f \in \mathscr{P}_n$. Montrons que $f \in \mathscr{P}_m$ ».

4)b) La question est on ne peut plus explicite : « **déterminer** un entier p [...] ». Vous devez donc en donner un, en fonction de m et de n.

5)b)ii) Les synthèses sont souvent bâclées. Vous devez identifier dans l'analyse ce que vaut la constante, puis la réintroduire dans la synthèse en fonction de la fonction étudiée.