Devoir surveillé n° 2 - Remarques

Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 30 points, ramené sur 5 points.
- Problèmes : chaque question sur 4 points et 4 points pour la présentation, total sur 80 points, ramené sur 15 points.

Statistiques descriptives.

	Calculs	Problème	Note finale
Note maximale	30	66	19
Note minimale	2	11	6
Moyenne	$\approx 11,7$	$\approx 38,7$	$\approx 9,6$
Écart-type	$\approx 3,2$	$\approx 13,2$	$\approx 3,2$

Remarques générales.

Il faut encadrer tous vos résultats : à partir du prochain DS, les résultats non encadrés seront sanctionnés encore plus sévérement.

Ce sont les conclusions qu'il faut encadrer, pas les résultats intermédiaires.

Il faut introduire toutes les variables que vous utilisez.

Vous utilisez encore beaucoup trop d'équivalences là où des implications suffisent. Ou alors vous utilisez le symbole $\Leftrightarrow$ comme une abréviation pour ne pas avoir à écrire « donc ».

I. Homographies du plan complexe.

J'ai lu un nombre d'énormités assez incroyable, soyez attentifs et relisez-vous !

Pêle-mêle : chercher les racines carrées de $-6i$ sous forme algébrique, $\dfrac{ai+1-b}{ai-1-b} = \dfrac{t}{\bar{t}}$ (sans dire qui est t), $\dfrac{1+\mathrm{e}^{i\theta}}{1-\mathrm{e}^{i\theta}} = \dfrac{\mathrm{e}^{i\theta}+\mathrm{e}^{i\theta}}{\mathrm{e}^{i\theta}-\mathrm{e}^{i\theta}}$, $\dfrac{i(1+z)}{1-z} = \dfrac{i(1+z)^2}{|1-z|^2}$, $\dfrac{z-i}{z+i} = \dfrac{x-i}{x+i}$ (avec $z = x+iy$), $|x+i| = |x^2-1|$, si $|z| < 1$ alors $0 < z\bar{z} < 1$ donc $0 < z < 1$, si $z \in \mathbb{R}$ alors $z = \bar{z}$ donc $\dfrac{z^2}{|z|^2} = 1$ donc $z = 1$... etc.

Aucune des questions de ce problème ne nécessitait d'écrire z sous forme algébrique ou trigonométrique : ces dernières méthodes sont la plupart du temps « bien bourrines ».

1.a. Beaucoup d'erreurs de signe parmi ceux qui ont opté pour la technique de l'angle moitié.

2.a. Si $z \in \mathbb{R}$, pourquoi introduire $a \in \mathbb{R}$ tel que $z = a$? Quel est l'intérêt ? Et si $z \in \mathbb{R}$, $|z+i| = |z-i| = \sqrt{z^2+1}$ et c'est fini.

3. Mais pourquoi donc écrire $z = \mathrm{e}^{i\lambda}$ afin de calculer $\left|\dfrac{\mathrm{e}^{i\theta}}{z}\right|$? ? ? ? Vous trouvez ça trop simple de se contenter de $\left|\dfrac{\mathrm{e}^{i\theta}}{z}\right| = \dfrac{\left|\mathrm{e}^{i\theta}\right|}{|z|} = \dfrac{1}{1} = 1$? Pourquoi faire simple quand on peut faire compliqué ...

Le pire était bien sûr d'écrire $z = \mathrm{e}^{i\theta}$, avec le même θ que celui introduit dans l'énoncé. On trouvait alors que h était constante égale à 1, ce qui est parfaitement idiot. Il n'y a pas qu'une lettre dans l'alphabet.

4.a. Répondez aux deux points demandés : est-ce une homographie ? Est-elle définie sur $\mathbb{U}$? N'en oubliez pas.

II. La série harmonique.

Les suites s'écrivent entre parenthèses ! La suite se note (u_n), u_n n'en est qu'un terme. En particulier, « u_n est croissante » n'a pas de sens.

2. $H_{2n} - H_n = \sum_{k=n+1}^{2n} \frac{1}{k}$. Il y a eu beaucoup d'erreurs sur l'indice de départ de cette somme : il s'agit de $n+1$ et non n.

3. Là aussi, beaucoup trop d'erreurs dans l'hérédité. Au rang $n+1$, c'est $H_{2n+2} - H_{n+1}$ qu'il faut calculer, et non $H_{2n+1} - H_{n+1}$. Et $H_{2n+2} - H_{n+1} = (H_{2n} - H_n) + \frac{1}{2n+2} + \frac{1}{2n+1} - \frac{1}{n+1}$. Revoyez ce calcul, il faut savoir effectuer ce genre de manipulations sans erreurs.

5. Beaucoup ont bien vu que $H_{2^n} \xrightarrow[n\to+\infty]{} +\infty$. Après il y a eu pas mal d'arnaques du style « on pose $p = 2^n$ et donc $H_p \xrightarrow[p\to+\infty]{} +\infty$. Ce raisonnement est faux : il sous-entendrait que tous les entiers p sont de la forme 2^n avec n entier. Et donc le résultat est faux : considérez la suite (u_n) telle que $u_n = n$ si n est pair et $u_n = 0$ si n est impair. Alors $u_{2^n} \xrightarrow[n\to+\infty]{} +\infty$ mais $u_{2n+1} \xrightarrow[n\to+\infty]{} 0$ donc la suite (u_n) n'a pas de limite.

6. Relisez-bien la question : on vous demande de prouver l'hérédité de P_n aux rangs pairs. Ce résultat ne se démontrait pas par récurrence, et il n'y avait pas lieu d'initialiser quoi que ce soit.

11. Quand vous effectuez un décalage ou un renversement d'indice, il faut le dire !