

Feuille d'exercice n° 20 : **Développements limités - fiche d'entraînement**

Exercice 1 Donner un équivalent simple des suites de termes généraux suivants :

$$\begin{aligned} 1) u_n &= \frac{n^3 - \sqrt{n^2 + 1}}{\ln n - 2n^2} & 2) v_n &= \frac{\ln(n^2 + 1)}{n + 1} & 3) w_n &= \frac{\sqrt{n^2 + n + 1}}{\sqrt[3]{n^2 - n + 1}} \\ 4) x_n &= \cos(1/n) - e^{1/n} & 5) y_n &= \frac{\operatorname{sh}(1/n^2)}{\tan(1/n)} & 6) z_n &= \frac{\ln(1 + \sin(1/n))}{1 - \sqrt{1 + 1/n}}. \end{aligned}$$

Exercice 2

Déterminer les développements limités suivants :

$$\begin{aligned} 1) \text{ DL}(0,3) \text{ de } \frac{\ln(1+x)}{e^x - 1} ; & & 4) \text{ DL}(0,3) \text{ de } \frac{x \operatorname{ch} x - \operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x - 1} ; \\ 2) \text{ DL}(0,3) \text{ de } \frac{x - \sin x}{1 - \cos x} ; & & 5) \text{ DL}(0,5) \text{ de } \frac{\sin x}{e^x - 1} ; \\ 3) \text{ DL}(1,2) \text{ de } \frac{x - 1}{\ln x} ; & & 6) \text{ DL}(0,1000) \text{ de } \ln \left(\sum_{k=0}^{999} \frac{x^k}{k!} \right). \end{aligned}$$

Exercice 3 Calculer les développements limités suivants :

$$\begin{aligned} 1) e^{\cos x} & \text{ en } 0 \text{ à l'ordre } 4 & 6) \ln \left(\frac{1}{\cos x} \right) & \text{ en } 0 \text{ à l'ordre } 7 \\ 2) \frac{1}{\cos x} & \text{ en } 0 \text{ à l'ordre } 5 & 7) \ln(1 + \operatorname{ch} x) & \text{ en } 0 \text{ à l'ordre } 4 \\ 3) \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\operatorname{sh} x} & \text{ en } 0 \text{ à l'ordre } 3 & 8) \ln(\tan x) & \text{ en } \pi/4 \text{ à l'ordre } 3 \\ 4) e^{\arcsin x} & \text{ en } 0 \text{ à l'ordre } 4 & 9) \arctan(e^x) & \text{ en } 0 \text{ à l'ordre } 3 \\ 5) \arccos \left(\frac{1+x}{2+x} \right) & \text{ en } 0 \text{ à l'ordre } 2 & 10) \arctan(2 \sin x) & \text{ en } \pi/3 \text{ à l'ordre } 3 \end{aligned}$$