DS n°6 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom : Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Continuité

Donner un exemple d'application $f : [0,1] \to [0,1]$ bijective, discontinue en tout point de $[0,1]$.

(1)

Soit $\psi : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \left\{ \begin{array}{ccc} x+1 & \text{si} & x>0 \\ 0 & \text{si} & x=0 \\ x-1 & \text{si} & x<0 \end{array} \right. \end{array} \right.$ et $f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^* & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x\sin\left(\frac{1}{x}\right) \end{array} \right.$.

On peut prolonger f par continuité en 0 en posant $f(0) =$. (2)

Si f est ainsi prolongée, $\psi \circ f$ est continue sur

. (3)

Polynômes

Soit $A = 2X^5 - 2X^4 + X^3 + 6X^2 - X - 3$ et $B = 2X^3 - X + 4$. Écrire la division euclidienne de A par B.

$A =$ $\times B +$ (4)

Avec $P = X^6 - 2X^5 - 39X^4 - 191X^3 - 211X^2 - 132X + 57$, $P(9) =$ (5)

Soit $A = X^6 - 2X^5 + 2X^4 - 3X^3 + 3X^2 - 2X$ et $B = X^4 - 2X^3 + X^2 - X + 1$. Calculer :

$$\mathrm{PGCD}(A, B) = \boxed{}\,. \tag{6}$$

Une relation de Bézout pour A et B est

$$\mathrm{PGCD}(A, B) = \boxed{} \tag{7}$$

La multiplicité de 1 dans $6X^5 - 17X^4 + 3X^3 + 33X^2 - 37X + 12$ est $\boxed{}$ (8)

Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geqslant 42$ et $P_n = X^{2n+1} - 2X^{n+1} - nX^2 + (2n+1)X - n$.
Déterminer la multiplicité de 1 en tant que racine de P_n.

$$\boxed{} \tag{9}$$

Décomposer $P = X^5 + 2X^4 - 3X^3 - 3X^2 + 2X + 1$ en produit de facteurs irréductibles réels.

$$P = \boxed{} \tag{10}$$

Déterminer les multiplicités des nombres suivants, en tant que racines complexes de P.

1 : $\boxed{}$ (11) $\qquad$ i : $\boxed{}$ (12)

Déterminer, sous forme développée, un polynôme P vérifiant $P(-1) = 9$, $P(1) = 1$, $P(2) = 0$ et $P(0) = -4$.

$$P = \boxed{} \tag{13}$$

Dérivation

Soit $f : x \mapsto \mathrm{Arcsin}\left(\dfrac{6 - x^2}{4 + x^2}\right)$. Alors,

$$f \text{ est définie sur } : \boxed{}\,, \tag{14}$$

$$f \text{ est dérivable sur } : \boxed{}\,. \tag{15}$$

— FIN —